अध्याय 2

संसाधन और शिक्षण सामग्री

इस अध्याय में हम संसाधनों और ठोस गतिविधियों के माध्यम से छात्रों की समझ को बेहतर करने का प्रयास करेंगे। हम यहां पर कुछ सस्ती और सुलभ चीजों से जैसे बोतलों के ढक्कनों, तीलियों, माचिस की डिब्बियों और डोरियों आदि की सहायता से गणित की महत्वपूर्ण अवधारणाओं और कौशलों को समझने की चेष्टा करेंगे।

संसाधनों और शिक्षण सामग्री का इस्तेमाल क्यों करें

इस सवाल पर कुछ देर सोचें और मनन करें:

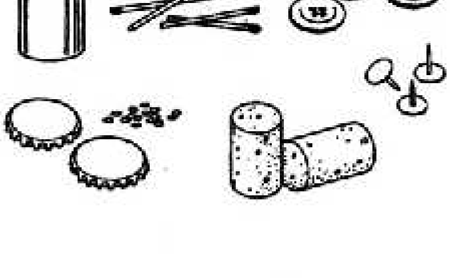
कक्षा में संसाधनों, शिक्षण सामग्री और ठोस व्यवहारिक गतिविधियों के उपयोग से क्या फायदे और क्या नुकसान हो सकते हैं?

नीचे दी गई सूची से अपने विचारों की तुलना करें:

फायदे	नुकसान
छात्रों की सक्रिय भागीदारी	गतिविधियों को आयोजित करना पड़ता है
छात्र प्रेरित होते हैं	काम की देखरेख करनी पड़ती है
विचारों को ठोस रूप मिलता है	कार्य-योजना बनानी पड़ती है
गणित असली जिंदगी का हिस्सा है	मूल्यांकन
यह समझ बनती है	चीजों को संभालकर रखना पड़ता है
ठोस काम करने का अनुभव मिलता है	कक्षा में ज़्यादा शोरगुल होता है
समूह में काम करना आसान होता है	अनुशासन की समस्याएं
भाषा के विकास का मौका मिलता है	

एक बात साफ उभरती है। संसाधनों और गतिविधियों के ज़रिए छात्र कहीं अधिक बेहतर तरीके से सीख सकते हैं। शिक्षक के दृष्टिकोण से जिन चीजों में कठिनाइयां आएंगी वे हैं आयोजन, काम की योजना और गतिविधियों का लगातार संचालन। इन समस्याओं के बारे में हम अध्याय 5 में विस्तार से चर्चा करेंगे।

किन साधनों का उपयोग किया जा सकता है?



झाड़ू की सींकें, बोतलों के ढक्कन, कपड़े, माचिस की डिब्बियां, लिफाफे, सीपी-शंख, डोरियां, रबर के छल्ले, ड्राइंग-पिनें, मोती-मनके, छोटे पत्थर, फीते, बटन, सिक्के, बीज, डिब्बे और बर्तन, कपड़े सुखाने की रस्सी, अखबार, पुरानी पत्रिकाएं, कागज़ और पुराने कार्ड, छोटी डगालें, लकड़ी के टुकड़े, गत्तें के पुराने डिब्बे, काली मिट्टी, टीन, झोले, बोतलें और लोग। परन्तु इसमें सबसे आवश्यक और महत्वपूर्ण है, दिमाग!

इनके अलावा कई और चीजें हैं जो आपको आसानी से स्कूल और स्थानीय लोगों से मिल जाएंगी।

साधन तैयार करना

कुछ शैक्षिक साधनों को तैयार करने में देरी लगती है। परन्तु, उन्हें बार-बार प्रयोग किया जा सकता है। दूसरी ओर कुछ चीजें जल्दी बनाई जा सकती हैं और उन्हें भी बार-बार उपयोग किया जा सकता है। परन्तु कुछ वस्तुएं ऐसी हैं जिन्हें केवल एक ही बार इस्तेमाल कर सकते हैं। इनको बनाना चाहेंगे या नहीं, यह आप तय करें।

आपको कितनी संख्या में हरेक संसाधन चाहिए इसके बारे में भी सोचें। क्या आप इस मात्रा को कम कर सकते हैं? उदाहरण के लिए — क्या आप, अपनी कक्षा का ढांचा बदल सकते हैं जिससे कि, छात्रों का एक छोटा समूह ही एक बार में संसाधनों का प्रयोग करे? बाकी छात्र, सप्ताह के अन्य दिनों में उस उपकरण या शैक्षिक साधन को इस्तेमाल करें।

शिक्षण सामग्री आदि बनाने में सहायता लें। इसके लिए कुछ सुझाव इस प्रकार हैं:

- छात्र अपनी कापियां खुद बना सकते हैं।
- गणित के क्लब में, छात्रों के साथ मिलकर सीखने के साधन बनाएं।
- अपने अन्य शिक्षक साथियों के साथ मिलकर शैक्षिक साधन बनाएं। धीरे-धीरे आपके पास शिक्षण सामग्री का एक बैंक बन जाएगा।
- स्थानीय कारीगरों आदि को शैक्षिक साधन बनाने के लिए स्कूल में बुलाएं।
- एक टाइम-टेबिल बनाएं। शिक्षा के हरेक सत्र में कुछ शैक्षिक साधन बनाएं। इस प्रकार कुछ समय बाद आपके पास संसाधनों का भी एक बैंक बन जाएगा।

मौका पड़ने पर संसाधन तुरंत उपलब्ध हों, इसके लिए उन्हें संभाल कर रखने की कोई जगह बनाएं। इसकी जिम्मेवारी किसी छात्र को सौंपें।
छात्र सुनिश्चित करें कि ये साधन पूरी कक्षा में उपलब्ध रहें।

अगले कुछ पन्नों में हम गणित के उन शुरुआती बिन्दुओं के बारे में चर्चा करेंगे जिनमें, आसानी से बनाई इस शिक्षण सामग्री का इस्तेमाल हो सकता है।

बोतल के ढक्कनों का उपयोग

वि ष य

प्रतिबिम्ब

- दर्पण के एक ओर स्थित, हरेक बिन्दु का, दर्पण-रेखा के दूसरी ओर, उतनी ही दूरी पर प्रतिबिम्ब बनेगा।

गतिविधि

आवश्यक सामान:
- *बोतल के ढक्कन*
- *छोटे दर्पण*
- *कार्ड की पट्टियां*

चित्र के अनुसार कार्ड की पट्टी पर बोतल के 5 ढक्कन रखें।

दर्पण को टूटी रेखा पर रखें। उसके दोनों ओर एक-एक छात्र बैठे। एक छात्र दूसरे से पूछे कि उसे क्या दिखाई दे रहा है? आपकी राय में, दूसरे छात्र को क्या दिखाई दे रहा होगा? अब दर्पण-रेखा को सरकाएं। अब आपको क्या दिख रहा है? दूसरे छात्र को क्या दिख रहा होगा?

ढक्कनों की दो कतारें बनाएं या भिन्न रंगों के ढक्कनों को, अलग-अलग पैटर्न में सजाकर प्रयोग करके देखें।

वि ष य

अनुमान

- नाप की किन्हीं भी दो इकाइयों की आपस में तुलना की जा सकती है। उदाहरण के लिए मीटर की तुलना सेंटीमीटर, इंच हाथ के बालिश्त आदि से की जा सकती है।

गतिविधि

अनुमान के बारे में पूछताछ करने के लिए कक्षा में, छात्रों की दो टीमें बनाएं। हरेक टीम, अनुमान से सम्बंधित प्रश्नों की एक सूची बनाएं। उदाहरण के लिए:

बोतल के कितने ढक्कनों से एक कप भरेगा? एक भगोना? एक बाल्टी? एक ट्रक?

एक ट्रक बोतलों का भार कितना होगा?

बोतल के कितने ढक्कनों को सटाकर रखने से एक मीटर बनेगा? एक किलोमीटर? कक्षा की लम्बाई?

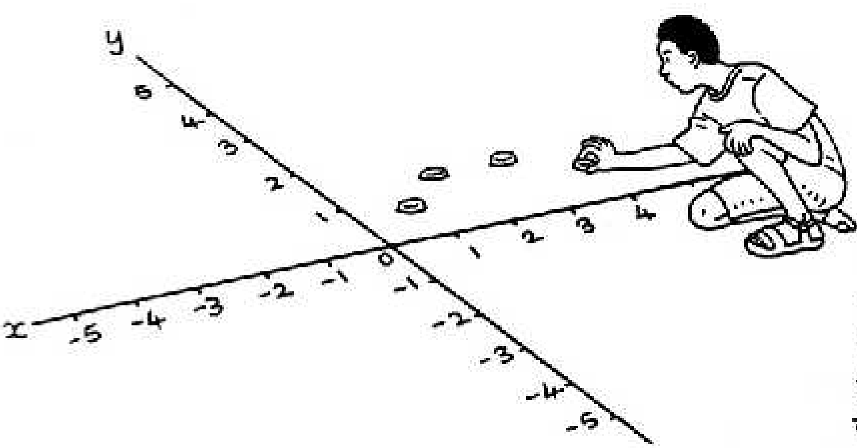
हरेक टीम अपने प्रश्नों के उत्तरों के सही अंदाज की एक मान्य सीमा तय करे। जो टीम सबसे सही अनुमान लगाएगी, वही जीतेगी।

वि ष य

निर्देशांकों की जोड़ियां और रूपांतरण

- निर्देशांकों की जोड़ी किसी चौखाने के जाल में जोड़ों की स्थिति को निरूपित करती है। जिस बिन्दु के निर्देशांक (2,3) होंगे, वह मूल बिन्दु से x अक्ष (आड़ी रेखा) की तरफ 2 इकाई और y अक्ष (खड़ी रेखा) की ओर 3 इकाई दूर होगा।
- रूपातरण में किसी नियम के आधार पर, आकृतियों को बदलना और उन्हें स्थानांतरित करना होता है। आकृतियों को रूपांतरित करने के चार तरीके हैं: परावर्तन, घुमाना, स्थानांतरण और बड़ा करना।

निर्देशांकों के साथ गतिविधि



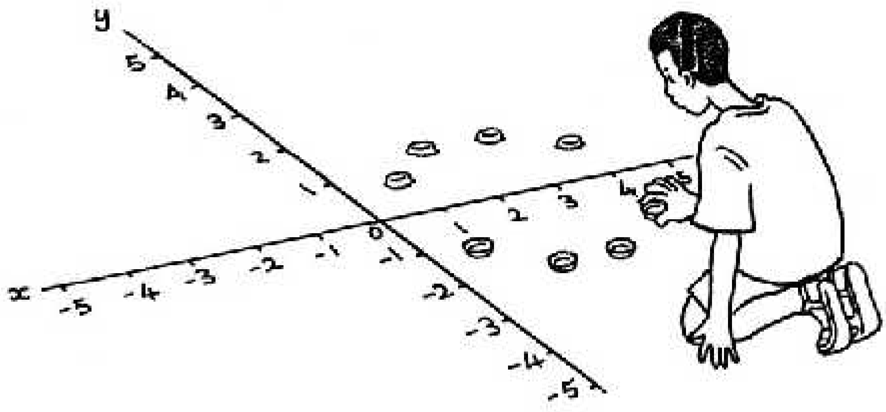
एक बड़े कागज पर या जमीन पर दो अक्षों को बनाए। उन पर x और y अक्ष लिखें।

चौखाने जाल पर बोतल के चार ढक्कनों को इस तरह रखें जिससे वे किसी चतुर्भुज के चार कोणों को निरूपित करें। उनके निर्देशांक नोट करें। इसी प्रकार कुछ अन्य चतुर्भुज बनाएं और उनके भी निर्देशांक नोट करें।

इन चतुर्भुजों को अलग-अलग समूहों में रखें जैसे:
वर्ग, आयत, समचतुर्भुज, समानांतर चतुर्भुज, पतंग, समलम्ब (Trapezium)। हरेक समूह की निर्देशांक जोड़ियों में, समानता खोजने का प्रयास करें।

रूपांतरण के लिए गतिविधियां

- परावर्तन (Reflection): दर्पण के एक ओर स्थित, हरेक बिन्दु का दर्पण-रेखा के दूसरी ओर, उतनी ही दूरी पर स्थित, प्रतिबिम्बित बिन्दु बनेगा।



बोतल के 4 ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर रखकर, उनसे एक चतुर्भुज बनाएं। उनके निर्देशांक नोट करें। अब 4 ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखकर, उनसे y अक्ष के दूसरी ओर पहले चतुर्भुज का प्रतिबिम्ब बनाएं। उनके भी निर्देशांक नोट करें। अब पहले चतुर्भुज और प्रतिबिम्बित चतुर्भुज के निर्देशांकों की तुलना करें।

इस प्रयोग को कई अन्य चतुर्भुजों के साथ भी दोहराएं। उनके निर्देशांकों को नोट करें और फिर निर्देशांकों की जोड़ियों के बीच परस्पर सम्बंधों की जांच-पड़ताल करें।

रेखा $x = 0$ और $y = x$ की रेखाओं से भी चतुर्भुजों को प्रतिबिम्बित करें।

- **घूमना**: सभी बिन्दु केंद्र के चारों ओर, एक-समान कोण से घूमेंगे।

ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर रखकर कोई आकार बनाएं। आकार के कोनों के निर्देशांकों को नोट करें। अब ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखें और पहले आकार का मूलबिन्दु से घड़ी की दिशा में $90°$ घूमा हुआ प्रतिबिम्ब बनाएं। इस नए प्रतिबिम्ब के निर्देशांक भी नोट करें। फिर दोनों निर्देशांक जोड़ियों की तुलना करें।

इसी प्रकार आकार को घड़ी की दिशा में $180°$ और घड़ी की विपरीत दिशा में $90°$ घुमाकर देखें।

- **बड़ा करना (Enlargement)**: कोई भी आकार किसी पैमाने (Scale) के अनुसार ही बड़ा होता है। यह पैमाना ही निश्चित करेगा कि नए आकार की हरेक भुजा, कितनी बड़ी होगी।

ढक्कनों की चपटी सतह ऊपर रखकर कोई आकार बनाएं। आकार के कोनों के निर्देशांकों को, नोट करें। अब ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखें और मूलबिन्दु से, पहले आकार से दोगुनी बड़ी आकृति बनाएं। इस नई आकृति के निर्देशांकों को भी नोट करें। फिर दोनों निर्देशांक जोड़ियों की तुलना करें।

इसी प्रकार मूलबिन्दु से कुछ अन्य आकृतियों को दोगुना बड़ा करें। इनके नए निर्देशांकों को नोट करें। नए निर्देशांकों की जोड़ियों की आपस में तुलना करें।

इसी प्रकार 5, 1/2, -2 गुना बड़ा, करने का प्रयास करें। अब मूलबिन्दु की बजाए अन्य बिन्दुओं से भी, बड़ा करने की कोशिश करें।

- **स्थानांतरण (Translation)**: आकृति पर स्थित सभी बिन्दु एक ही दिशा में एक-समान दूरी तक ही सरकेंगे।

ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर रखकर, कोई आकार बनाएं। आकार के कोनों के निर्देशांकों को नोट करें।

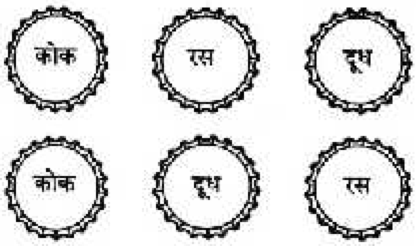
अब ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर रखकर, उसी आकार को, स्थानांतरित स्थिति में बनाएं। नई स्थिति के निर्देशांकों को भी नोट करें। फिर दोनों निर्देशांक जोड़ियों की तुलना करें।

भिन्न-भिन्न आकृतियों को स्थानांतरित करें। हर बार निर्देशांक नोट करें और फिर निर्देशांकों की जोड़ियों के बीच, परस्पर सम्बंधों को खोजें।

अब अलग-अलग प्रकार स्थानांतरण करें और देखें कि क्या होता है।

विषय

संयोग



- सभी संभावित परिणामों की सूची बनाएं और उन्हें एक व्यवस्थित तरीके से गिनें।

गतिविधि

आप तीन भिन्न ढक्कनों को कितने अलग-अलग तरीकों से एक सीधी रेखा में सजा सकते हैं?

अलग-अलग संख्याओं के ढक्कनों के साथ इस प्रयोग को दोहराएं।

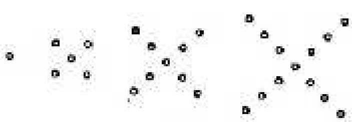
विषय

विकास के पैटर्न, अंकगणितीय श्रेणियां और ज्यामितीय श्रेणियां

- विकास के पैटर्न में एक क्रम होता है जिसके अनुसार उनमें हर बार एक निश्चित बढ़त होती है।
- बीजगणित के द्वारा इस बढ़त का वर्णन किया जा सकता है।
- अंकगणितीय श्रेणियों के हर अंक में समान बढ़त होती है।
- ज्यामितीय श्रेणियों के हर अंक में पहले की अपेक्षा कहीं अधिक बढ़त होती है।

गतिविधि

बोतल के ढक्कनों से पैटर्न 1 बनाएं।



पैटर्न 1

हरेक पैटर्न में कितने ढक्कन लगे? हर बार कितने और ढक्कन जोड़े गए?

नीचे की तालिका में, हर पद के लिए ढक्कनों की संख्या को गिनें:

पद 1: 1 *पद 2:* 1 + _ *पद 3:* 1 +_ +_ *पद 4:* 1 +_ +_ +_

n वें पद के लिए बीजगणित का नियम लिखें।

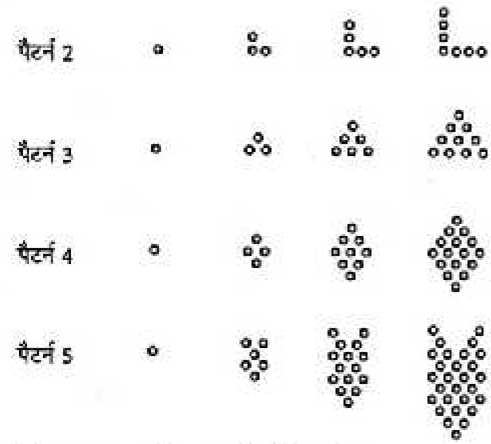
अगले पृष्ठ पर कई पैटर्न दिए गए हैं। उन्हें ढक्कनों से बनाएं।
हरेक पैटर्न के लिए मालूम करें कि:

- हरेक पद के लिए ढक्कनों की संख्या?
- हरेक पद पर, कितने और ढक्कन जोड़े गए?

हर बार की बढ़त को, बीजगणितीय नियम का रूप दें।

पांचवें पद, आठवें पद और *n*वें पद में, लगने वाले ढक्कनों की संख्या लिखें।

हरेक श्रेणी, अंकगणितीय होगी या ज्यामितीय, इसे तय करें।



खोजबीन के लिए खुद ही इस प्रकार के कुछ पैटर्न बनाएं।

विषय

बिन्दुपथ (Locus)

- किसी नियम के अनुसार एक बिन्दु द्वारा तय की गईं सभी संभावित स्थितियों को, बिन्दुपथ कहते हैं।
- नियम अनेक प्रकार के हो सकते हैं। बिन्दुपथ के सभी बिन्दुओं की दूरी - एक निश्चित बिन्दु से, एक रेखा से, दो रेखाओं से, एक रेखा और एक बिन्दु से एक समान हो।

गतिविधि

आवश्यक सामान:
- *बोतल के बहुत सारे ढक्कन*
- *ब्लैकबोर्ड की चॉक*

- बोतल के एक ढक्कन की चपटी सतह ऊपर करके उसे फर्श पर रखें। अन्य ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर करके, उन्हें पहले वाले ढक्कन से समान दूरी पर रखें।
- फर्श पर एक रेखा बनाएं। ढक्कनों को ऐसे रखें जिससे कि इस रेखा से उनकी दूरी एक बराबर हो।
- दो ढक्कनों की चपटी सतहें ऊपर करके उन्हें फर्श पर रखें। अन्य ढक्कनों की दंतीली सतहें ऊपर करके उन्हें इस प्रकार रखें कि उनकी दूरी, पहले दोनों ढक्कनों से एक समान हो।
- फर्श पर दो रेखाएं बनाएं जो एक-दूसरे को काटती हों। फिर कई ढक्कनों को इस प्रकार रखें कि उनकी दूरी दोनों रेखाओं से बराबर हो।
- ऊपर के नियमों के अनुसार हरेक परिस्थिति में बिन्दुपथ कैसा दिखेगा?

तीलियों का उपयोग

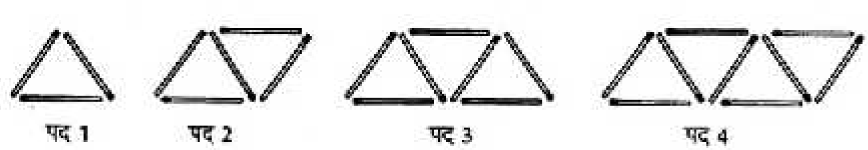
विषय

विकास के पैटर्न

- विकास पैटर्न में एक क्रम होता है जो हर बार एक निश्चित मात्रा से बढ़ता है।
- बीजगणित द्वारा इस बढ़त को दर्शाया जा सकता है।
- बीजगणित के एक सूत्र से क्रम या पैटर्न के हरेक पद को निरूपित किया जा सकता है।

गतिविधि

माचिस की तीलियों या सींक के टुकड़ों से ये तिकोन पैटर्न बनाएं।



पैटर्न के प्रत्येक पद में, कितने त्रिकोण बने और उनमें कितनी तीलियां लगीं?

हरेक पद में कितनी तीलियां जोड़ी गईं?

पांचवें पद में कितने त्रिकोण होंगे? आठवें पद में? साठवें पद में? nवें पद में?

पांचवें पद में कितनी तीलियां होंगी? आठवें पद में? nवें पद में?

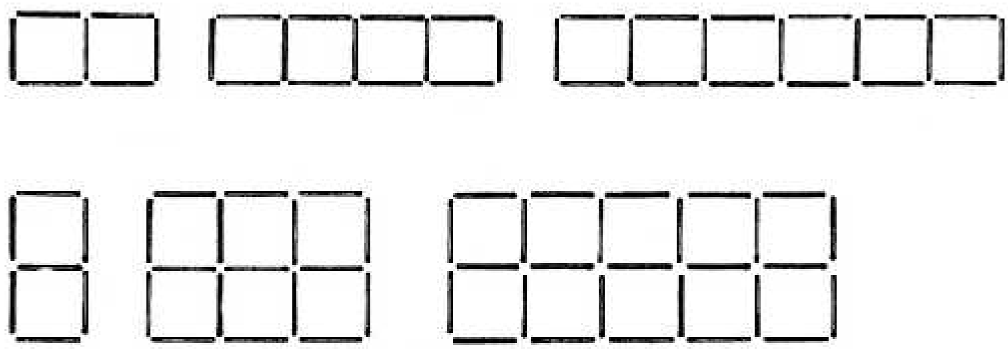
तीलियों की संख्या और त्रिकोणों की संख्या के बीच, सम्बंध खोजें।

नीचे दिए दोनों पैटर्न में तीलियों की संख्या और वर्गों की संख्या के बीच सम्बंध खोजें।

चित्र 2.6

पैटर्न 1

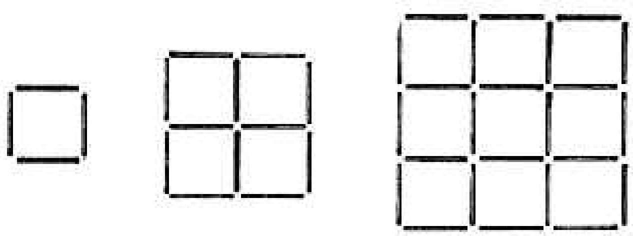
पैटर्न 2



- द्विघाती (Quadratic) पैटर्न

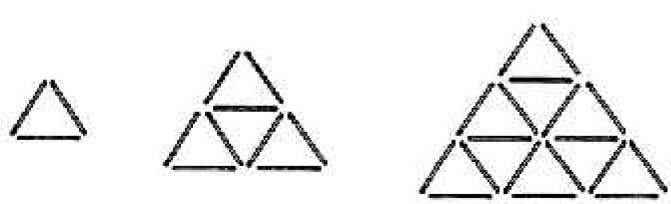
  1 X 1 के वर्ग में कितनी तीलियां लगेंगी?

  2 X 2 के वर्ग में? 3 X 3 के वर्ग में? $n \times n$ के वर्ग में?



आदि

- $n \times n \times n$ के त्रिकोण में कितनी तीलियां लगेंगी?



- क्या त्रिकोण और वर्ग, दोनों पैटर्न को एक ही जितनी तीलियों से बनाना संभव होगा?

वि
प
य

क्षेत्रफल और परिमिति

- समतल आकार के अन्दर घिरी जगह को क्षेत्रफल कहते हैं।
- समतल आकार के बाहरी किनारे की लम्बाई को परिमिति कहते हैं।

गतिविधि

- बराबर संख्या में तीलियों का इस्तेमाल कर दो आयत बनाएं। तीलियों को आयत के किनारों पर रखें। दोनों आयत ऐसे हों कि:
  - एक का क्षेत्रफल, दूसरे से दो गुना हो।
  - एक का क्षेत्रफल, दूसरे से चार गुना हो।
- उतनी ही तीलियों का प्रयोग कर दो ऐसे चतुर्भुज बनाएं जिससे कि एक का क्षेत्रफल, दूसरे से तीन गुना हो।

वि प य

माप की मानक और गैर-मानक इकाइयां

- हम लम्बाई, क्षेत्रफल, आयतन, क्षमता, तापमान और समय माप सकते हैं।
- गैर-मानक इकाइयां, अलग-अलग स्थानों पर अलग-अलग होती हैं।
- कई जगहों पर मानक इकाइयों का इस्तेमाल होता है।
- कई देशों में मैट्रिक प्रणाली प्रयोग की जाती है।

माप की सामान्य मानक इकाईयां:

लम्बाई	मीटर, मिलीमीटर, किलोमीटर
क्षेत्रफल	वर्ग किलोमीटर, हैक्टर
आयतन	घन मीटर, घन सेंटीमीटर
भार	ग्राम, किलोग्राम, टन
क्षमता	लीटर, मिलीलीटर
तापमान	अंश, सेल्सियस
समय	सेकेंड, मिनट, घंटा, दिन

गैर-मानक इकाइयों की खोजबीन करने के लिए गतिविधियां

- चार छात्रों का समूह लम्बाई नापने की चार गैर-मानक इकाइयों के बारे में सोचे, उदाहरण के लिए कोई किताब, कोई स्थानीय गैर-मानक इकाई, हाथ का बालिश्त आदि। उसके बाद आसपास की कई चीजों की, लम्बाई का अनुमान लगाएं और फिर उन्हें चारों गैर-मानक इकाइयों से नापें। उदाहरण के लिए कक्षा के, दरवाज़ों और खिड़कियों की ऊंचाई और चौड़ाई नापें, अपने मित्रों की ऊंचाई नापें आदि।
- अलग-अलग लम्बाई के लकड़ी के चार टुकड़े या झाडू की सींकें लें। उनसे कई वस्तुओं की लम्बाई नापें। कौन-सा टुकड़ा या सींक, किस वस्तु को नापने के लिए उपयुक्त रही? क्यों?
- चार गैर-मानक डिब्बे लें, जैसे टीन के डिब्बे, बोतलें, कप आदि। इनसे अलग-अलग मात्रा में, तरल (जैसे पानी) और ठोस चीजें (जैसे रेत, अनाज) मापें।
- तौलने के लिए कौन सी गैर-मानक इकाइयां उपयोगी होंगी?
- स्थानीय बाज़ार और दुकानों में कौन-सी इकाइयां इस्तेमाल होती हैं?

मानक इकाइयों की खोजबीन करने के लिए गतिविधियां

10 चम्मच 1 कप भरते हैं

$3\frac{1}{7}$ बोतलें 1 बाल्टी भरती हैं

- बांस या सींकों से 1 से.मी. 5 से.मी. 10 से.मी. और 1 मीटर लम्बाई के मानक नाप बनाएं। आसपास की कई वस्तुओं की लम्बाई का पहले अनुमान लगाएं और फिर उन्हें नापें। कौन-सी सींक किस वस्तु के लिए उपयुक्त रही?

मानक और गैर-मानक इकाइयों की तुलना करने के लिए गतिविधियां

- पहले गैर-मानक इकाइयों से नापें और फिर मानक इकाइयों से। अब उन दोनों की तुलना करें। उदाहरण के लिए:
- कितने कप पानी से एक लीटर बनेगा?
- हाथ के कितने बालिश्त, एक मीटर के बराबर होंगे?
- क्या कुछ गैर-मानक इकाइयां विशेष रूप से उपयोगी हो सकती हैं? उपयोगी गैर-मानक और मानक इकाइयों के सम्बंधों को एक तालिका बनाकर दिखाएं।

कुज़िनेयर छड़ों का उपयोग

वि ष य

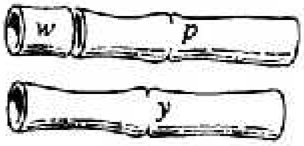
बीजगणितीय समीकरणों का समाधान

- समतुल्य: $2(3a + b) = 6a + 2b = 3a + b + 3a + b = ...$, आदि
- बुनियादी मान्यताएं: $a + a + a = 3a$ और $3b - 2b + 5b = 6b$
- एक जैसे पदों को इकट्ठा करके उन्हें हल करना:
  $2a + 3b + 4a + c = 6a + 3b + c$
- जोड़-घटाने का नियम: $a + b = c$, $a = c - b$, $b = c - a$ सभी समतुल्य हैं।
- घटाने के कोष्ठक नियम: $a - (b \pm c) = a - b \mp c$
- क्रमविनिमेयता (Commutativity): $a + b = b + a$ परंतु $a - b \neq b - a$
- सहचारिता (Associativity): $a + (b + c) = (a + b) + c$, $a - (b - c) \neq (a - b) - c$
- कोष्ठक की संख्याओं को गुणा करना: $3(2a + b) = 6a + 3b$
- गुणनखंड (Factors) ज्ञात करना: $4a + 2b = 2(2a + b)$

कुजिनेयर छड़ों को बनाने में काफ़ी समय लगता है परन्तु उन्हें बहुत सारी गतिविधियों के लिए उपयोग में लाया जा सकता है। ये छड़ें कई वर्षों तक चलती हैं और पूरा गणित विभाग इनका प्रयोग कर सकता है।

लकड़ी की ऐसी छड़ें चुनें जिनकी मोटाई लगभग एक जैसी हो। इसके लिए बांस बहुत उपयुक्त होगा। इनको सही लम्बाई में काटकर रंगें जिससे कि आपके पास निम्न छड़ें हों:

50	w	छड़ें	1 से.मी. लम्बी जिनका रंग सफेद हो
50	r	छड़ें	2 से.मी. लम्बी जिनका रंग लाल हो
40	g	छड़ें	3 से.मी. लम्बी जिनका रंग हल्का हरा हो
40	p	छड़ें	4 से.मी. लम्बी जिनका रंग गुलाबी हो
40	y	छड़ें	5 से.मी. लम्बी जिनका रंग पीला हो
40	d	छड़ें	6 से.मी. लम्बी जिनका रंग गहरा हरा हो
30	b	छड़ें	7 से.मी. लम्बी जिनका रंग काला हो
30	t	छड़ें	8 से.मी. लम्बी जिनका रंग भूरा हो
30	B	छड़ें	9 से.मी. लम्बी जिनका रंग नीला हो
20	O	छड़ें	10 से.मी. लम्बी जिनका रंग नारंगी हो



गतिविधि 1

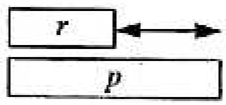
दो छड़ों के सिरों को सटाकर रखने से एक ट्रेन बन जाती है।
गुलाबी और सफेद छड़ों से बनी ट्रेन की लम्बाई, पीली छड़ जितनी होगी।

उन सभी छड़ ट्रेनों का पता लगाएं जिनकी लम्बाई पीली छड़ जितनी होगी। अपने उत्तर लिखें। फिर बाकी रंगों की छड़ों जितनी लम्बी ही अन्य ट्रेनें बनाएं।

गतिविधि 2

इस गतिविधि में:

का मतलब है $p + r$



का मतलब है $p - r$

अपनी कुज़िनेयर छड़ों का उपयोग कर निम्न प्रश्नों के उत्तर ज्ञात करें। इन प्रश्नों के उत्तर हमेशा एक अकेली छड़ के रूप में ही निकालें।

1 $t - p = \square$

2 $g + r + y = \square$

3 $\square + r = y$

4 $y - \square = g$

5 $t = r + \square$

6 $O - t = \square$

7 $y + g - d = \square$

प्रश्न 8

8 $\square = r + p$

9 $t - y = \square$

10 $g + r = \square$

11 $y - r = \square$

12 $y - (r + r) = \square$

13 $(y + r) - g = \square$

14 $y - (r + \square) = r$

15 $y - g - \square = w$

16 $w + r + \square = p$

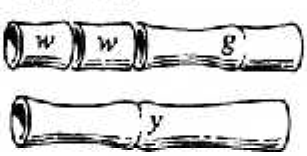
17 $t - (\square + w) = g$

18 $\square - (b + r) = w$

19 $p - g = \square$

20 $w + g + g + \square = B$

प्रश्न 21



21 $2w + g = \square$

22 $w + 3g = \square$

23 $4w + 2g = \square$

24 $y + r = 2r + w + \square$

25 $d = \square + w$

26 $\square = g + d$

27 $B - (2r + p) = \square$

28 $y = 3w + \square$

29 $w + \square + y = b$

30 $O - 2r = \square$

31 $d + (b - 2g) = \square$

32 $w + r + \square + w = y$

33 $g + p = \square$

34 $B - b + r = \square$

35 $\square = O - (2r + g)$

36 $b - \square = r$

37 $b - (w + \square + g) = r$

38 $3y - 2p = \square$

39 $B - 2\square = g$

40 $y - 4\square = w$

41 $O - 3\square = p$

42 $3y - 2(r + w) = \square$

43 $3y - 2r - 2w = \square$

44 $3y - 2r = \square + 2w$

45 $3y = \square + 2w + 2r$

46 $\frac{1}{2}$ of $(3y - \square) = r + w$

गतिविधि 3

निम्न समीकरणों की जांच करें कि वे सही हैं या गलत।

1 $r + g = g + r$
2 $w + r + g = r + w + g$
3 $3r = r + 2r$
4 $y - r = r - y$
5 $r + (p + y) = (r + p) + y$
6 $b - (r + w) = b - r - w$
7 $b - 2r = b - r - r$
8 $(b + y) - p = b + (y - p)$
9 $(t - p) - w = t - (p - w)$
10 $3y - 2p = (2y - p) + (y - p)$

अब खुद कुछ समीकरण बनाएं और उन्हें जांचें।

गतिविधि 4

लाल और *हरी* कुजिनेयर छड़ों को आपस में सटाकर एक छड़ ट्रेन बनाएं:

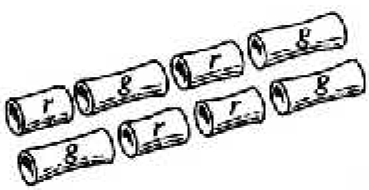
$\boxed{r}\ \boxed{\quad g \quad}$

इसे दोहराएं ताकि चारों छड़ें जुड़कर एक लम्बी ट्रेन बनाएं:

$\boxed{r}\ \boxed{\quad g \quad}\ \boxed{r}\ \boxed{\quad g \quad}$

यहां 2 जोड़े हैं (लाल + हरे) के या 2 $(r + g)$ के

आप इन छड़ों को कई तरीकों से सजा सकते हैं। उदाहरण के लिए:



$\boxed{r}\ \boxed{r}\ \boxed{\quad g \quad}\ \boxed{\quad g \quad}$

$r + r + g + g$ या $2r + 2g$

$\boxed{\quad g \quad}\ \boxed{r}\ \boxed{r}\ \boxed{\quad g \quad}$

$g + 2r + g$

क्योंकि इन सभी ट्रेनों में एक जैसी ही छड़ें लगी हैं। इसलिए आप कह सकते हैं कि ये समान या समतुल्य हैं।

इसलिए आप लिख सकते हैं:

$$\begin{aligned} 2(r + g) &= r + r + g + g \\ &= 2r + 2g \\ &= g + 2r + g \end{aligned}$$

- 2 $(r + g)$ के जितने और समान रूप संभव हों, उन्हें लिखें।
- नीचे दिए सभी प्रश्नों के उत्तरों के लिए छड़ों को सजाएं।

फिर हरेक प्रश्न के जितने भी और संभावित समान रूप हों लिखें।

1 $2(g + p)$
2 $3(g + y)$
3 $3(2w + g)$
4 $2(3r + 2p)$
5 $3(g + 2p + 3r)$

गतिविधि 5

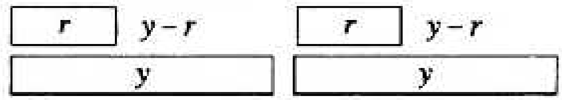
घटाने के लिए भी ऊपर जैसी ही गतिविधि कर सकते हैं।

पीले में से लाल घटाने की क्रिया को इस प्रकार दिखाया जा सकता है:

$\boxed{\quad r \quad}$ ◄——► खाली स्थान $y - r$ होगा

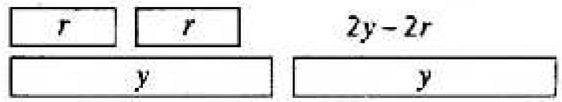
$\boxed{\qquad\qquad y \qquad\qquad}$

इसे दोहराने से आपको मिलेगा:

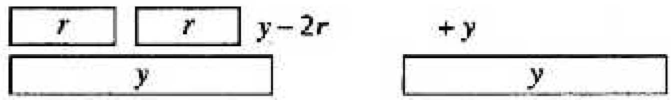


इसमें कुल रिक्त स्थान है $(y-r)+(y-r)$ या $2(y-r)$

एक *लाल* छड़ को सरकाने से आपको मिलेगा:



या वह रिक्त स्थान हो सकता है:



क्योंकि सभी रिक्त स्थान, एक ही लम्बाई के हैं। इसलिए आप कह सकते हैं कि

$(y-r)+(y-r)$
$2(y-r)$
$2y-2r$
$y-2r+y$ सभी समान रूप हैं।

- **क्या आप 2 $(y - r)$ के कुछ और समान रूप खोज सकते हैं?**
  अगर संभव हो तो उन सभी को लिखें।
- नीचे दिए प्रश्नों को छड़ों द्वारा सजाएं।
  हरेक प्रश्न के लिए जितने भी समान रूप संभव हों, सोचें और लिखें।

1 $2(b-p)$
2 $3(y-r)$
3 $2(2g-r)$
4 $3(2y-g)$
5 $3(4y-3g)$

गतिविधि 6

आपने देखा है कि $2(r+g)=2r+2g$

जब आप $2(r+g)$ से $2r+2g$

पर जाते हैं तो उसे **गुणा करना** कहते हैं।

जब आप $2r+2g$ से $2(r+g)$ पर जाते हैं तो उसे **गुणनखण्ड** करना कहते हैं।

ये कुछ विशेष समान रूप हैं। आप चाहें तो नीचे के प्रश्नों के हल के लिए छड़ों का उपयोग कर सकते हैं, या फिर उनके बिना भी हल कर सकते हैं।

- गुणा करें:

1 $3(y+b)$
2 $2(3p+w)$
3 $4(2y+B)$
4 $3(g+w)$
5 $3(4w-g)$
6 $5(3p-y)$
7 $4(3b+2g)$
8 $3(2y+r-g)$
9 $5(3t-2b)$
10 $4(3p+2w-3g)$

- गुणनखण्ड ज्ञात करें।

1 $2g + 2w$
2 $3g - 3r$
3 $3b - 6w$
4 $4g + 2w$
5 $3t + 9r$
6 $4y + 6p$
7 $5y - 5w$
8 $6g + 9w$
9 $2p + 4g + 6r$
10 $3y - 6g + 3p$

- इन प्रश्नों को छड़ों के बिना करें।

इनके जितने भी समान रूप आप सोच सकते हों, लिखें।

1 $2(x + y)$
2 $3(x + y)$
3 $2(3x + y)$
4 $3(2x - y)$
5 $5(2x + 3y)$
6 $x + 2y + 3x + 5y$
7 $2x + 3y - x - y$
8 $3y + 7x - y - 3x$
9 $x + y + 4x - 2y + 2y + 3y$
10 $3x - y + 2x + 6y$

गतिविधि 7

समीकरण हल करें।

1 $g + r + y = \square$
2 $y + g - d = \square$
3 $t - \square + w = b$
4 $(y + r) - g = \square$
5 $y - (r + \square) = r$
6 $\square - (b + r) = w$
7 $w + g + g + \square = B$
8 $y + r = 2r + w + \square$
9 $B - (2r + p) = \square$
10 $w + \square + y = b$
11 $d + (b - 2g) = \square$
12 $2w + r + \square = y$
13 $\square = O - (2r + g)$
14 $b - (w + \square + g) = r$
15 $2\square = d$
16 $2\square + g = b$
17 $2\square - p = d$
18 $3\square - t = O$
19 $5\square + p = B$
20 $4\square - B = b$
21 $3\square + y = O + b$
22 $4\square + p = O + d$
23 $\square + r = 2\square - r$
24 $\square + g = 2\square - r$
25 $3\square - r = \square + p$
26 $3\square = \square + t$

गतिविधि 8

निम्न का परीक्षण करके पता करें कि वे सही हैं या गलत।

1 $r + g = g + r$
2 $(w + p) + g = w + (p + g)$
3 $2(g + w) = 2g + w$
4 $y - r = r - y$
5 $r + (y - p) = (r + y) - p$
6 $O - (y + p) = O - y - p$
7 $B - (r + w) = B - r - w)$
8 $(w + O) - y = w + (O - y)$
9 $B - 2r = B - r + r$
10 $(b + y) - p = b + (y - p)$

अब **$6p - 4y$** को कम-से-कम 5 अलग-अलग प्रकार से लिखें।

माचिसों के उपयोग

विषय

पृष्ठीय क्षेत्रफल और ठोस आयताकार वस्तुओं के जाल

- किसी भी ठोस वस्तु का पृष्ठीय क्षेत्रफल उसकी सभी सतहों के क्षेत्रफल का योग होता है।

गतिविधि

एक बंद माचिस की डिब्बी का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करें।

कितने वर्ग इकाई । इकाई ☐ पूरी माचिस की डिब्बी को ढंकने के लिए लगेंगे?
1 इकाई

माचिस की डिब्बी के कितने अलग-अलग जाल हैं?

दो माचिस की डिब्बियों को आपस में जोड़ें। आप इनसे कितने अलग-अलग ठोस डिब्बे बना सकते हैं? किस डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल सबसे कम होगा?

सबसे कम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले उस डिब्बे की छानबीन करें जो:

- माचिस की तीन डिब्बियों से बन सके
- माचिस की चार डिब्बियों से बन सके
- माचिस की आठ डिब्बियों से बन सके

विषय

लम्बाई और क्षेत्रफल के बीच का सम्बंध

- जब आप किसी आकृति की भुजाओं को दो गुना करते हैं तो उसका क्षेत्रफल चार गुना हो जाता है। भुजाओं को तीन गुना करने से क्षेत्रफल नौ गुना हो जाता है। क्षेत्रफल, भुजा के वर्ग के हिसाब से बढ़ता है।

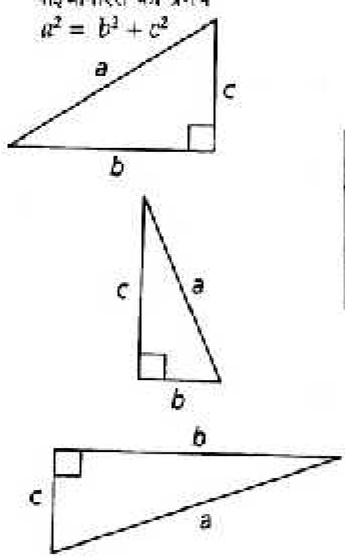
गतिविधि

एक ऐसी भीमकाय माचिस बनाएं जो साधारण माचिस की तीन गुनी हो।

इस बड़ी माचिस की हरेक सतह का क्षेत्रफल कितना होगा?

अलग-अलग नाप की माचिसें बनाकर उनकी लम्बाई और क्षेत्रफल के बीच सम्बंध खोजें।

पाईथागोरस की प्रमेय
$a^2 = b^2 + c^2$



विषय

आयत का क्षेत्रफल और पाईथागोरस की प्रमेय

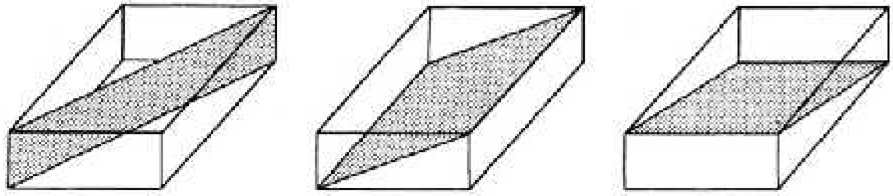
- किसी भी आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई, होता है।
- पाईथागोरस की प्रमेय के अनुसार किसी भी समकोण त्रिभुज में $a^2 = b^2 + c^2$ जहां a समकोण के सामने की भुजा, यानि सम्मुख भुजा होगी।

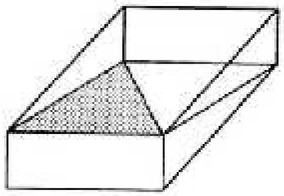
गतिविधि

$a^2 = b^2 + c^2$

- पृष्ठ 45 पर ऊपर के चित्रों में कार्ड के आयताकार टुकड़ों को माचिस की दराजों में रखा गया है।

माचिस की दराज की भुजाओं को नापें। अब पाईथागोरस की प्रमेय से माचिस की दराजों में रखी कार्ड की आयताकार पट्टियों की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करें।





हरेक आयत की लम्बाई और चौड़ाई का मान ज्ञात करने के बाद आप उसी नाप के आयत काटें और उन्हें माचिस की दराज़ों में फिट करके देखें। क्या गणना द्वारा आयतों की नाप सही निकली?

अब हरेक आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करें। किसका क्षेत्रफल सबसे अधिक निकला?

- माचिस के अन्दर फिट बैठने वाले सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
- त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र क्या है?

वि ष य

नज़रिया (Views and Perspectives)

- ■ किसी तीन-आयामी ठोस वस्तु को ऊपर से, सामने से और बाजू से देखा जा सकता है।
- ■ इन अलग-अलग नज़रियों के दो-आयामी कागज़ पर चित्र बनाए जा सकते हैं।
- ■ तीन-आयामी ठोस वस्तुओं के चित्रों को *सममितीय ड्राइंग* के ज़रिए भी बनाया जा सकता है।

गतिविधि

ऊपर से दिखने वाला चित्र

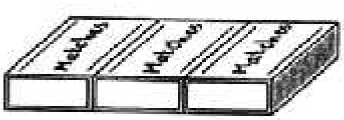
- इस चित्र में माचिस की तीन डिब्बियों से बने एक ठोस मॉडल को ऊपर से देखा गया है। तीन माचिसों से इस ढांचे को बनाएं। ढांचे के सामने और बाजू के चित्र भी बनाएं।
- माचिस की चार डिब्बियों से आप अपनी मर्जी से कई ढांचे बनाएं। हरेक ढांचा ऊपर से जैसा दिखता हो वैसा चित्र बनाएं। यह चित्र किसी अन्य छात्र को दें। उससे पूरे ढांचे के साथ-साथ सामने और बाजू के चित्र बनाने को कहें।
- माचिस की तीन डिब्बियों से एक ऐसा ढांचा बनाएं जो ऊपर, सामने और बाजू से दिखने में एक-समान हो।
- तीन माचिसों का उपयोग कर, ऊपर से अलग दिखने वाले कुल कितने चित्र बनाने संभव होंगे? माचिस की अलग-अलग संख्याओं से इस प्रयोग को दोहराएं।

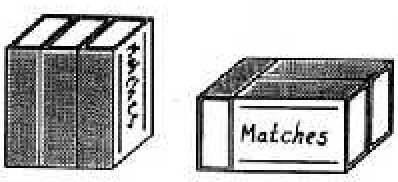
वि ष य

संयोग (Combinations)

- ■ सभी संभावित परिणामों की सूची बनाई जा सके और उन्हें व्यवस्थित तरीके से गिना जा सके।

गतिविधि





यहां पर माचिस की तीन डिब्बियों को सजाने के कुछ तरीके सुझाए गए हैं।

आप कितने और तरीके खोज सकते हैं?

इन्हें सजाने के जितने संभव तरीके हों, उन्हें व्यवस्थित तरीके से गिनें और उनकी सूची बनाएं।

इसी प्रयोग को माचिस की कम-ज़्यादा संख्याओं के साथ करें। जैसे पांच माचिसों के साथ। उन्हें सजाने के जितने संभव तरीके हों उन्हें ठीक से गिनें और उनकी सूची बनाएं। अपने प्रयोग को लिखने का तरीका सोचें।

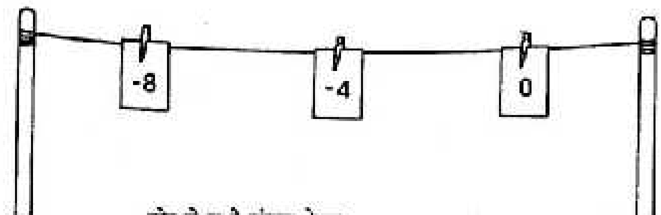
वि
ष
य

डोरी के उपयोग

पूर्णांकों, भिन्नों और दशमलवों को क्रम में लगाना

- स्थानीय मान में किसी अंक का मान, उसकी विशेष स्थिति पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए:
  329 में, 3 का मान है 300, क्योंकि वो सैकड़े के स्थान पर है।
  संख्या 0.034 में, 3 का मान एक के सौवें भाग का तीन गुना है, क्योंकि वह सौवें भाग के स्थान पर है।

गतिविधि



डोर से बनी संख्या-रेखा

- कक्षा में आमने-सामने की दीवारों से, एक सीधी डोरी बांधें। यह संख्या-रेखा दर्शाएगी। अब क्लिपों की सहायता से नीचे दिए अंक कार्डों को संख्या-रेखा पर सही क्रम में लटकाएं।
  10 11 23 15 4 0 25 1
- पांच अन्य कार्ड बनाएं जिनमें से कुछ पर ऋण अंक भी हों। इन कार्डों को भी संख्या-रेखा पर सही स्थानों पर लगाएं।
- संख्या-रेखा के दोनों छोरों पर 0 और 1 के अंक लटकाएं। इस संख्या-रेखा पर फिट होने वाले कार्ड बनाएं। उन्हें क्लिपों के ज़रिए सही स्थानों पर लटकाएं। अगर संख्या-रेखा के छोरों पर 0 और 100 के लेबिल हों तो फिर आप अपने कार्ड कहां लटकाएंगे? अगर छोर 4 और 4.5 हों तो? 0.1 और 0.2 हों तो? 10 000 और 1000 000 हों तो? 1/2 और 3/4 हों तो?
- 19 को मध्य में रखें। संख्या-रेखा के दोनों छोरों पर अब कौन-सी संख्याएं हो सकती हैं? अगर 0.7 मध्य हो, तो क्या होगा? 3/8? -23? तब संख्या-रेखा के दोनों छोरों पर कौन-सी संख्याएं होंगी?
- कुछ कार्डों पर दो का पहाड़ा लिखें: 2, 4, 6, 8 से 24 तक। उन्हें संख्या-रेखा पर सही स्थानों पर लटकाएं। इसी तरह अन्य पहाड़ों की संख्याओं के बीच के स्थान का भी अनुमान लगाएं। फिर इन्हें करके देखें।
  1, 2, 4, 8, 16, . . . जैसी संख्याएं कितनी-कितनी दूरी पर होंगी?

वि	ष	य

संभाविता

- कोई घटना कितनी बार घटेगी यह उसकी संभाविता होगी।
- किसी घटना के घटने की संभावना के वर्णन के लिए हम निम्न शब्दों का उपयोग करते हैं, जैसे: बहुत संभव, समान संभावना, निश्चित तौर पर घटेगी, मुश्किल असंभव, शायद।

गतिविधि

- कक्षा की एक दीवार से दूसरी दीवार तक एक डोरी बांधें। इस रेखा के दोनों सिरों पर 0 और 1 संख्याएं लटकाएं।

कल बारिश होगी।	कल मैं स्कूल जाऊंगा।	अगर मैं पासा फेंकूं तो 6 आएगा।

यह संभाविता की रेखा 0 (असंभव) से 1 (निश्चित) तक जाती है। अब क्लिपों और कार्डों से डोरी पर भविष्य में होने वाली घटनाओं की संभाविता दर्शाएं। खुद कुछ घटनाएं सोचें और उन्हें कार्डों पर लिखकर डोरी से लटकाएं।

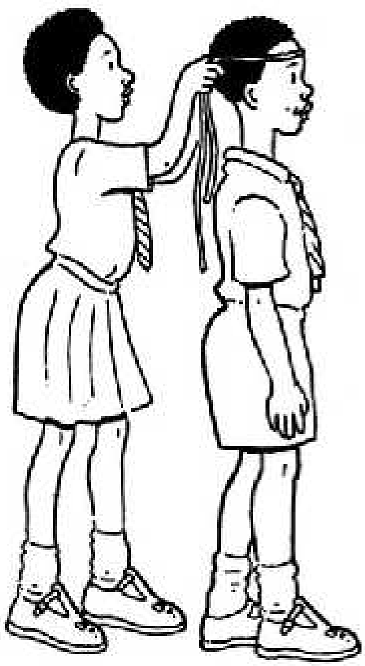
- इन कार्डों को संभाविता-रेखा पर कहां लगाया जाए इस पर चर्चा करें।

समान संभावना	बहुत संभावित	अच्छी संभावना	एकदम शायद	शायद	मुश्किल	पक्का	

विषय

अनुपात

- अनुपात में दो मात्राओं या मापों की तुलना की जाती है।
- अनुपात को इस प्रकार लिखा जाता है:
  $a : b$, आयु : ऊंचाई, 2 : 3
- अनुपात से हमें यह पता चलता है कि एक वस्तु, दूसरी की तुलना में कितनी बड़ी है।



गतिविधि: शरीर के अंग

शरीर के उन अंगों की एक सूची बनाएं जिन्हें एक डोरी से नापा जा सके जैसे:

- कलाई की परिधि
- गले की परिधि
- अंगूठे के आधार की परिधि
- कमर की परिधि
- कंधे से मध्य-उंगली के छोर तक की दूरी
- ऊंचाई
- सिर की परिधि

सूची में सुझाए शरीर के अंगों के नाप की, अलग-अलग डोरियां काटें।

अब अनुपात ज्ञात करें:

- अंगूठे : कलाई
- कलाई : गर्दन

शरीर के अन्य अनुपात भी खोजें।

अब अंगूठे को 1 मानकर अपने बाकी अवलोकन लिखें।

आधे सिर का नाप

शरीर के अन्य अनुपात क्या होंगे:

- नाक की लम्बाई : अंगूठे की लम्बाई?
- आधा सिर : ऊंचाई?

विषय

भिन्न

- एक ही संख्या को हम अलग-अलग भिन्न से बता सकते हैं:
  जैसे $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = \frac{36}{72}$
  इन्हें समतुल्य भिन्न कहा जाता है।

- एक पूरी चीज को बराबर के टुकड़ों में बांटकर उसमें से कुछ टुकड़ों को निकाला जा सकता है। इसका वर्णन हम भिन्नों द्वारा कर सकते हैं।

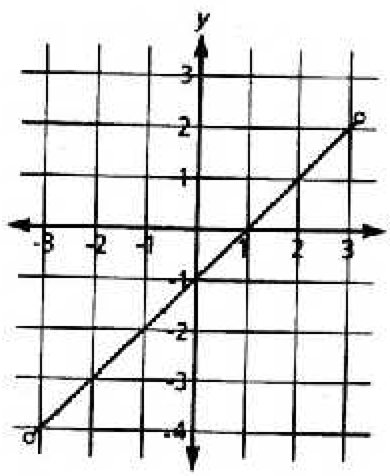
गतिविधि

- डोरी का एक टुकड़ा लें और उसे बीच से मोड़ें। मोड़ पर निशान लगाएं या उसे काटें। फिर उसे बार-बार बीच से मोड़ें।
  समान भिन्न खोजें। इन भिन्न के लिए कुछ समान वाक्य भी लिखें जैसे 4/8, 2/4
- एक डोर को आठ बराबर हिस्सों में बांटें। फिर उसमें से 1/8 हिस्सा काट दें। 1/8 को इस्तेमाल कर कुछ घटाने सम्बंधी समीकरण लिखें जैसे:
  1 - 1/8 = 7/8
  1/2 - 1/8 = 3/8
- एक और डोर से इसी प्रयोग को 1/3, 1/6, 1/12 की भिन्नों के साथ दोहराएं।

वि
प
य

सीधी रेखा का ग्राफ

- सीधी रेखा का ग्राफ रैखिक फलन (Linear function) का प्रतीक है।
- सीधी रेखा का ग्राफ एक सामान्य समीकरण है $y = mx + c$ जहां पर m सीधी रेखा का ढाल है। y वह बिन्दु है जहां ग्राफ y अक्ष को काटता है।
- जिन सीधी रेखाओं के रेखाचित्र समानांतर होंगे उन रेखाओं का ढाल समान होगा। जिन सीधी रेखाओं के रेखाचित्र y अक्ष को एक ही बिन्दु पर काटेंगे उन सभी में c का मान एक समान होगा।



गतिविधि

एक बड़े कागज, कार्डशीट या ब्लैकबोर्ड पर वर्गों का एक बड़ा जाल बनाएं।
दो अक्षों की जोड़ी भी बनाएं।
डोरी की मदद से एक सीधी रेखा का ग्राफ दिखाएं। छात्र इस चौखाने के जाल पर, डोर के टुकड़ों और पिनों से अलग-अलग रैखिक फलनों को दर्शाएं।

- डोरी के टुकड़ों को पिनों की सहायता से लगाकर निम्न समीकरणों के चौखाने जाल पर दर्शाएं:

$y = x$	$y = x + 1$	$y = 1$	$x = 2$
$y = x + 1$	$y = 2x + 1$	$y = 0$	$x = 0$
$y = x + 4$	$y = 4x + 1$	$y = 4$	$x = -3$
$y = x - 2$	$y = \frac{x}{2} + 1$	$y = -2$	$x = \frac{1}{2}$
	$y = -2x + 1$		

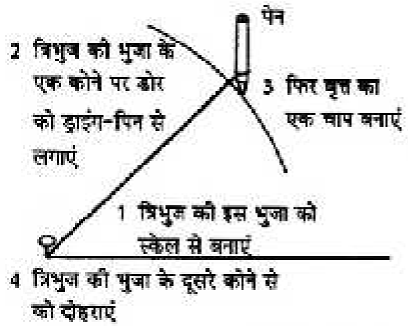
- डोरी के दो टुकड़ों से नीचे दी युगपत रैखिक समीकरणों को दर्शाएं और उन्हें हल करें:
  $y = 2x + 6$
  $y = 2$

वि प य

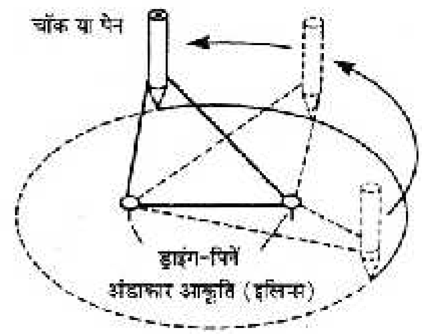
डोरी से रचनाएं

■ ऐसी रचनाओं में रेखाओं, कोणों और आकृतियों के चित्र बनाना होते हैं। परन्तु इनमें कोणों और लम्बाइयों को नापना नहीं होता है।

गतिविधि



- कम्पास की जगह एक डोरी का उपयोग कर निम्न आकृतियां बनाएं:
  - एक समबाहु त्रिभुज
  - एक समद्विबाहु त्रिभुज
- डोर से एक अंडाकार आकृति (इलिप्स) बनाएं। दोनों ड्राइंग-पिनों के बीच की दूरी और डोरी की लम्बाई को बदलने से क्या होगा, इसकी जांच करें।



वि प य

मानचित्रण (Mapping) और फलन

आवश्यक सामान:

- *मोटी कार्डशीट या गत्ता या पुराने गत्ते के डिब्बे का टुकड़ा*

■ $f: A \rightarrow B$ को एक सुपरिभाषित फलन या मानचित्रण तभी कहा जा सकता है जब समुच्चय **A** के सभी अवयवों x के लिए समुच्चय B में एक विशिष्ट अवयव y इस तरह हो कि $f(x) = y$ हो।

■ मानचित्रण और फलन को चित्रों और ग्राफ द्वारा दर्शाया जा सकता है। मानचित्रण और फलन के नियमों का वर्णन बीजगणित द्वारा किया जा सकता है।

गतिविधि

एक कार्ड लें।

उस पर दोनों अक्ष बनाकर उन्हें लेबिल करें।

अक्षों के पैमाने लिखें और उनके हरेक बिन्दु पर सावधानी से छेद बनाएं।

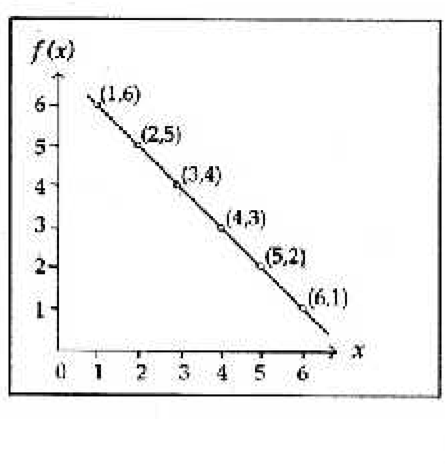
- फलन $f(x): x \rightarrow 7 - x$ को इस बोर्ड पर दर्शाएं। उन बिन्दुओं के निर्देशांक लिखें जिन्हें इकट्ठा मैप किया गया है। उदाहरण के लिए $1 \rightarrow 7 - 1$ से (1,6) मिलेगा। इन सभी बिन्दुओं के छेदों को धागे पिरो कर जोड़ें।
- नीचे दिए नियमों के भी मानचित्र बनाने का प्रयास करें:

  $f(x): x \rightarrow 6 - x$

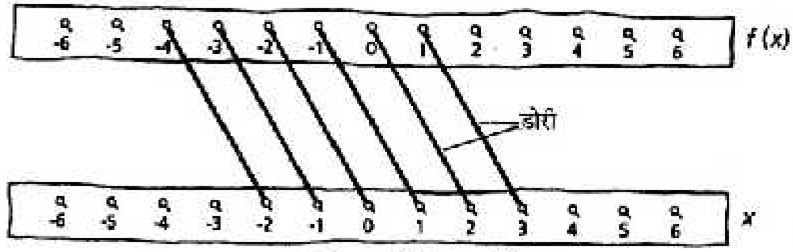
  $f(x): x \rightarrow 3 - x$

  $f(x): x \rightarrow k - x$ की जांच-पड़ताल करें।

  x के भिन्न मानों के साथ कोशिश करें।



- बांस या लकड़ी के दो लम्बे टुकड़े लें। उन्हें ऐसे रखें कि बीच की दूरी करीब आधा मीटर हो। हरेक बांस पर संख्या-रेखा बनाएं और प्रत्येक संख्या के बिन्दु पर एक कील ठोकें। एक बांस पर x और दूसरे पर $f(x)$ का लेबिल चिपकाएं।



$x \rightarrow x - 2$ का मानचित्रण

अब ऊपर दिए उदाहरण के अनुसार दोनों बांसों की संख्याओं को डोरी से जोड़कर मानचित्रण दिखाएं ।

निम्न का मानचित्रण दिखाएं:

$f(x) : x \rightarrow x - 3$
$f(x) : x \rightarrow x + 4$
$f(x) : x \rightarrow 2x$

अब खुद कुछ प्रश्न सोचें और उनका मानचित्रण दिखाएं।

मानसिक बिम्ब - कल्पनाशक्ति का उपयोग

वि
ष
य

बिन्दुपथ

- ऐसे बिन्दु का बिन्दुपथ जो दो स्थिर बिन्दुओं से समान दूरी पर हो।
- त्रिभुजों के भिन्न प्रकार: समकोण, अधिक कोण, समबाहु।

बिन्दुपथ पढ़ाने के लिए मानसिक बिम्ब विशेष रूप से उपयोगी होंगे क्योंकि उनसे गति का आभास होता है।

गतिविधि: तीन बिन्दु

- तीन बिन्दुओं की कल्पना करें। उन्हें एक सीधी रेखा पर रखें।
  फिर बीच के बिन्दु को अन्य दोनों बिन्दुओं के बीच, आगे-पीछे करें।
  अंत में बीच वाले बिन्दु को बाकी दोनों बिन्दुओं के मध्य में रखें।
- फिर बीच वाले बिन्दु को सीधी रेखा से हटाकर इस तरह चलाएं कि वो अन्य दोनों बिन्दुओं से हमेशा समान दूरी पर रहे। बीच वाले बिन्दु को चलाते रहें पर अन्य दोनों बिन्दुओं से उसकी बराबर की दूरी बनी रहे।
  अब बीच वाले बिन्दुपथ का वर्णन करें।
- कल्पना करें कि ऊपर के तीनों बिन्दु सीधी रेखाओं से जुड़े हैं।
  जब बीच वाला बिन्दु चलेगा तो किस प्रकार का त्रिभुज बनेगा?
- आप बीच वाले बिन्दु को लगातार चलाएं। किस प्रकार के त्रिभुज बनेंगे?
  क्या आप एक समबाहु त्रिभुज बना सकते हैं? जब तीसरा बिन्दु अन्य दोनों के बीच वाली रेखा पर आएगा तो त्रिभुज का क्या होगा?

विषय

त्रिकोणमिति

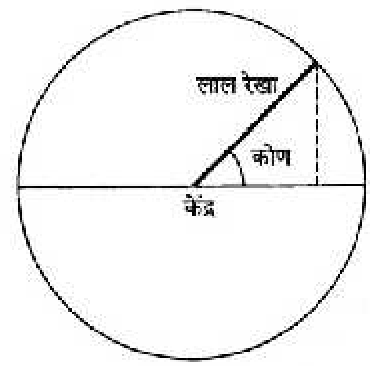
- त्रिकोणमिति में समकोण त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई के अनुपातों के अनुसार कोणों का माप निकाला जाता है।
- इन अनुपातों के नाम हैं: ज्या (Sine), कोज्या (Cos) और स्पर्शज्या (Tan)। इनकी तालिकाओं को गणित की पुस्तकों के अंत में देखा जा सकता है।
- इन अनुपातों से समकोण त्रिभुजों से सम्बंधित समस्याओं को हल किया जा सकता है।

आवश्यक सामान:

- *ब्लैकबोर्ड*
- *स्केल*
- *त्रिकोणमिति की तालिका*

गतिविधि: ज्या (Sine)

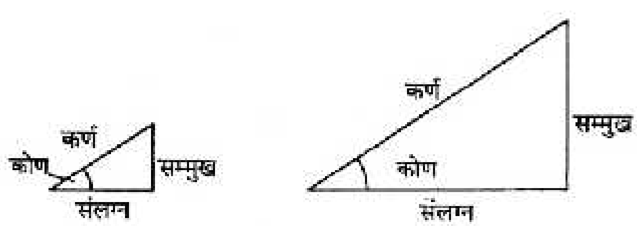
इस चित्र को ब्लैकबोर्ड पर बनाएं।



छात्रों को निम्न निर्देश दें:

- कल्पना करें कि लाल त्रिज्या घड़ी की उल्टी दिशा में घूम रही है। उसे एक पूरे गोले का चक्कर लगवाएं।
- फिर उसे दुबारा घुमाएं। परन्तु, इस बार टूटी रेखा को ध्यान से देखें। कोण के $0°$ से $90°$ तक बढ़ते समय टूटी रेखा की बदलती स्थिति पर ध्यान दें।
- अब त्रिज्या को $90°$ से $180°$ तक ले जाएं। देखें टूटी रेखा को क्या होता है?
- इस प्रकार पूरे गोले का चक्कर लगाते समय टूटी रेखा की लम्बाई में आए बदलाव पर ध्यान दें।
- लाल त्रिज्या को $30°$ पर रखें और टूटी रेखा की लम्बाई पर ध्यान दें। अन्य कौन से कोणों पर यह लम्बाई समान होगी?
- कौन से कोणों पर टूटी रेखा की लम्बाई शून्य होगी?
- कौन से कोणों पर टूटी रेखा की लम्बाई त्रिज्या के बराबर होगी?
- त्रिज्या के $0°$ से $360°$ तक घूमने और टूटी रेखा की लम्बाई के बीच एक ग्राफ बनाएं।
- जब लाल त्रिज्या का मान 1 होगा तब टूटी रेखा की लम्बाई, कोण की ज्या कहलाएगी। तालिका में ज्या का सही मान देखकर एक ग्राफ बनाएं।
- ब्लैकबोर्ड पर दुबारा निगाह डालें। अगर त्रिज्या 3 गुनी बड़ी होगी तो इसका टूटी रेखा पर क्या असर पड़ेगा? अगर त्रिज्या 10 गुना बड़ी होगी तो इसका टूटी रेखा पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

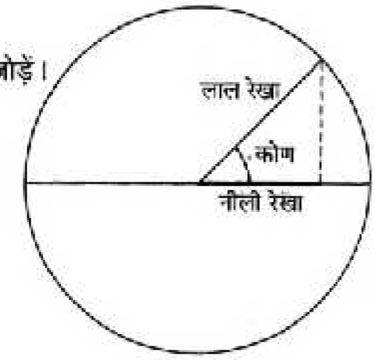
- कर्ण, पैमाने (स्केल-फैक्टर) का प्रतीक है। इसलिए:



कर्ण की लम्बाई × कोण का ज्या = सम्मुख भुजा की लम्बाई।

गतिविधि: कोज्या (Cosine)

ब्लैकबोर्ड पर बने चित्र में एक नीली रेखा और जोड़ें।



ऊपर वाली गतिविधि दोहराएं। परन्तु, अब जैसे-जैसे लाल त्रिज्या, गोले की परिधि की परिक्रमा करे वैसे-वैसे नीली रेखा की लम्बाई में हो रहे बदलाव की कल्पना करें।

- इससे एक बात स्पष्ट होगी कि:
  कर्ण की लम्बाई × कोण की कोज्या = संलग्न भुजा की लम्बाई।

वि ष य

घन की ज्यामिति

- घन की 6 सतहें, 8 कोने और 12 किनारें होती हैं। ठोस आकृतियों को उनकी सतहों, कोनों, किनारों की संख्या से वर्गीकृत किया जा सकता है।
- औयलर के नियम के अनुसार– सतहें + कोने = किनारे + 2
- किसी ठोस आकृति का जाल एक चपटा आकार होता है जिसे कुछ निश्चित रेखाओं से मोड़कर ठोस आकृति बनाई जा सकती हैं।
  कई ठोस आकृतियों के एक से अधिक जाल होते हैं।
- प्रिज़्म एक ऐसी ठोस आकृति है जिसकी क्षैतिज कटान एक समान होती है।
- प्रिज़्म का आयतन निकालने के लिए उसके कटान के क्षेत्रफल को, प्रिज़्म की ऊंचाई से गुणा करें।

गतिविधि

छात्रों को निम्न निर्देश दें:

- वे एक घन की कल्पना करें। उसके एक कोने को समतल सतह पर टिकाएं। फिर, अपनी उंगली से उसके विपरीत कोने को इस तरह दबाएं जिससे कि घन संतुलन में खड़ा रहे।
- उसके किसी एक कोने के टुकड़े के चाकू से कटने की कल्पना करें। इस कटे टुकड़े का क्या आकार होगा? चित्र बनाएं? घन पर कौन-सा नया रूप बना है?
- घन के सभी कोनों से छोटे-छोटे टुकड़े (स्लाइस) काटें।
  कुल कितने टुकड़े काटे गए? अब क्या आकार बचा? उसका चित्र बनाएं।
- अब एक नया घन लें और फिर टुकड़े काटें परन्तु इस बार हरेक किनार के मध्य-बिन्दुओं से टुकड़े काटें। अब कौन-सी आकृति बची?
- बची हुई ठोस आकृति और पूरे घन के आयतन में, क्या अनुपात होगा?
  कटे हुए एक टुकड़े और पूरे घन के आयतन का, क्या अनुपात होगा?
- आपने अभी जो भी ठोस आकृतियां बनाई हैं, उनके जाल बनाएं।

वि ष य

अंक-क्रम और मानसिक गणना

- किसी भी संख्या-क्रम में एक शुरू का बिन्दु होता है और फिर एक कदम का नाप होता है। उदाहरण के लिए 3 से शुरू करके और 5 के कदमों में आगे बढ़ने से जो क्रम बनेगा वह 3, 8, 13, 18, 23, ... होगा।
- फिबोनासी क्रम में शुरू का अंक 1 होता है और कदम भी 1 होता है। हरेक नया पद पिछले दो पदों को जोड़कर बनता है।

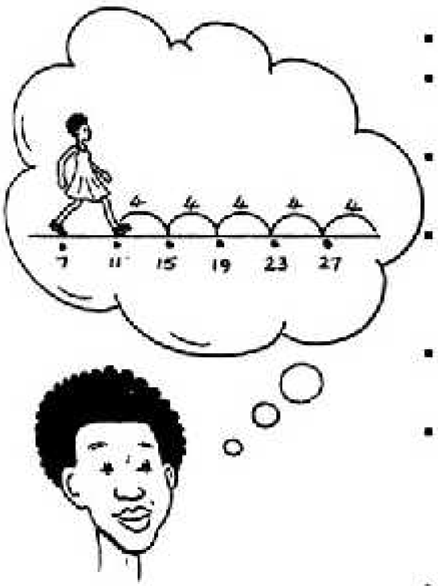
■ फिबोनाशी जैसा क्रम, किन्हीं भी दो संख्याओं से शुरू हो सकता है। इसमें हरेक नया पद, पिछले दो पदों को जोड़कर बनता है।

गतिविधि

छात्रों को निम्न निर्देश दें:

आपके दोनों ओर एक संख्या-रेखा खिंची है। उसमें शून्य खोजें ।

अब आप संख्या-रेखा पर सैर-सपाटे के लिए चलें।



- 0 से शुरू करें और 3 की गुणज सभी संख्याओं पर पैर रखें। 50 पार करने से पहले आपने कितने कदम रखे?
- 4 से शुरू करके 7 के कदमों में आगे बढ़ें। क्या आपके पैर 100 पर पड़े?
- 5 से शुरू करके 11 के कदमों में पीछे हटें। कितने कदमों के बाद आप -100 को पार करेंगे?
- 9 से शुरू करके फिबोनाशी के क्रम में आगे बढ़ें। 100 तक पहुंचने से पहले आपकी कितनी अभाज्य (प्राईम) संख्याओं से भेंट हुई? इन संख्याओं को लिखें।
- 7 से शुरू करके 4 के कदमों में आगे बढ़ें। जैसे ही आप किसी संख्या पर आएं, उसके इकाई वाले अंक को देखें। ये अंक कब दोहराना शुरू होते हैं? यह क्रम कितना लम्बा है?
- -5 से शुरू करें और 3 के कदमों में पीछे हटें। हरेक संख्या पर कदम रखते समय उसके इकाई अंक को देखें। इसमें किस प्रकार का नमूना दिखाई पड़ा?
- 0 से शुरू करें। संख्या-रेखा पर 10 तक पहुंचने तक चलें। अब संख्या-रेखा को मोड़ें जिससे कि 11 की संख्या, 9 के पास आ जाए। इससे बनी अन्य जोड़ियों पर भी नज़र डालें। अब 0 किस संख्या के पास है? -16 किस संख्या के पास है? आपको संख्याओं की इन जोड़ियों में, क्या कोई खास बात नज़र आई?
- अब संख्या-रेखा को सीधा करें। उसे अलग-अलग बिन्दुओं पर मोड़ने से क्या होगा?

वि ष य

उल्टी संक्रियाएं (Inverse Operations)

■ जोड़ना, घटाने की उल्टी प्रकिया होती है और घटाना, जोड़ने की। इसी प्रकार गुणा और भाग भी एक दूसरे के उल्टे होते हैं।

■ अगर आप कोई संक्रिया करें और फिर उसका उल्टा करें, तो आपने जहां से शुरू किया था आप वहीं पर लौट आएंगे। उदाहरण के लिए $7 + 2 - 2 = 7$

■ अगर आप एक से अधिक संक्रियाएं कर रहे हैं तो किसी संक्रिया को करने के बाद उसकी उल्टी संक्रिया करने से आपने जहां से शुरू किया था आप वहीं पर लौट आएंगे। उदाहरण के लिए:

7 $\boxed{+2}$ 9 $\boxed{\times 3}$ 27 $\boxed{\div 3}$ 9 $\boxed{-2}$ 7

गतिविधि

छात्रों को नीचे दिए निर्देश दें।

- मैं एक संख्या सोचता हूं। अगर मैं उसे 5 से गुणा करके, उसमें से 7 घटा दूं तो उत्तर 58 आता है। मैंने कौन-सी संख्या सोची होगी?
- मैं एक संख्या सोचता हूं। उसे 3 से गुणा करता हूं। फिर उसमें से 6 घटाता हूं। अंत में जब मैं उसे 2 से भाग देकर, उसमें 5 जोड़ता हूं, तो उत्तर 23 आता है। मैंने कौन-सी संख्या सोची थी?

शुरू में सोची गई संख्या को खोजने के क्या तरीके हो सकते हैं? इस बारे में छात्र, आपस में चर्चा करें।