# माड्यूल के बारे में

हम एक ऐसे संसार में रहते हैं जोकि लगातार गतिमान है। रोजाना ही हम ना जाने कितने ही तरह की गतियों का अनुभव करते हैं। इनमें लोगों व वस्तुओं की गतियां भी शामिल हैं। इन गतियों की समझ बनाना प्राकृतिक विज्ञान के हर क्षेत्र (जैसे भौतिकी, रसायन शास्त्र व प्राणी विज्ञान वगैरह) व इंजीनियरिंग की एक बुनियादी जरूरत है। किसी पदार्थ के ज्यादातर गुणों के कारणों को उसके मूलभूत कणों की गतियों में खोजा जा सकता है। इलेक्ट्रान व अन्य उप परमाणु कणों की गतियां ही तत्वों के भौतिक व रासायनिक गुणों को नियंत्रित करती हैं। जीव विज्ञान में, चयापचय की प्रक्रिया के लिये कोशिकाओं और उप सेलुलर इकाइयों की गतियां ही उनके बीच होने वाली अंतःक्रिया को नियंत्रित करती हैं। यहां तक कि अर्थशास्त्र भी मुद्रा की गति की ही समझ बनाना है।

लेकिन, कभी-कभी एक सवाल हमें उलझन में डाल देता है कि क्या वस्तुएं वास्तव में वैसी ही गति कर रही हैं जैसा कि हमें अनुभव हो रहा है। उदाहरण के तौर पर चलती ट्रेन की खिड़की से पेड़ों को देखने के अनुभव को ही ले लीजिये। उसमें क्या आप आगे बढ़ रहे होते हैं या पेड़ पीछे? इसी तरह, जब हम आकाश में सूर्य की गति को देखते हैं तो वह हमें पूर्व से पश्चिम की ओर जाता दिखाई देता है लेकिन हमारा वर्तमान ज्ञान हमें यह बतलाता है कि हमें ऐसा इसलिये लगता है क्यूंकि पृथ्वी अपनी धुरी पर पश्चिम से पूर्व की ओर घूमती है। जैसा कि इन उदाहरणों से जाहिर है कि दृश्य अवलोकनों के आधार पर बनी गति की हमारी सहज समझ हमेशा वास्तविक तस्वीर नहीं उजागर करती। तो, हम यह कैसे पता लगायें कि वास्तव में हो क्या रहा है? विज्ञान के क्षेत्र में इन सवालों के जवाब नियंत्रित प्रयोगों में किये गये अवलोकनों व उनके तार्किक विश्लेषण के संयोजन से ढूंढ़ने की कोशिश की जाती है। किसी भी प्राकृतिक प्रक्रिया की समझ का इस्तेमाल उससे जुड़ी सटीक भविष्यवाणियां करने व नई तकनीक विकसित करने के लिया किया जा सकता है। उदाहरण के तौर पर, ये बल व गति के नियमों की वैज्ञानिक समझ ही है जिस वजह से सूर्य या चंद्र ग्रहण के होने की सटीक भविष्यवाणी काफी पहले ही कर ली जाती है। और इसी वैज्ञानिक समझ के चलते रॉकेट के विकास और उसे चन्द्रमा तक भेजकर वापस लाने की तकनीक विकसित की गई है।

यह मॉड्यूल कुछ ऐसे ही मुद्दों पर आपका ध्यान आकर्षित करने का एक प्रयास है। यहां हम उन बुनियादी अवधारणाओं की समझ बनायेंगे जोकि गति और गति पर बल के प्रभाव का विश्लेषण करने के लिए जरूरी हैं। मॉड्यूल को दो भागों में बांटा गया है: पहले भाग में गति का वर्णन

(Kinematics) से जुड़ी अवधारणाओं को लिया गया है व दूसरा भाग बल और गति के बीच के रिश्ते (Dynamics) से संबंधित है। दूसरे भाग की तुलना में पहले भाग में शामिल की गई अवधारणाओं को समझना ज्यादा आसान है क्यूंकि इनसे जुड़ी घटनाओं को हम सभी देखते हैं। इसके अलावा, गति और त्वरण सरीखी मात्राओं का माप का प्रदर्शन किया जा सकता है और अधिक आसानी से समझा जा सकता है।  वहीं दूसरी ओर बल एक अधिक अमूर्त अवधारणा है व इसे इसके गति पर पड़ने वाले प्रभाव से ही अनुभव किया जा सकता है। इसलिये शुरुआत गति - उसकी परिभाषा, मापन व गणितीय उपचार से की गई है। इन बुनियादी अवधारणाओं के आधार पर और अधिक जटिल गतियों (जैसे एक वक्रिय गति, आवर्ती गति, रोलिंग (?) गति या कई तरह की गतियों के संयोजन से बनी गति) का विश्लेषण किया जा सकता है।

हमारा अनुमान है कि इस मॉड्यूल के पाठक मापन व रेखांकन की एक बुनियादी समझ रखते होंगे। अगर ऐसा नहीं है तो हमारा सुझाव है कि आप रेखांकन व मापन पर इस मॉड्यूल के अंत में दिये गये परिशिष्ट व एकलव्य द्वारा प्रकाशित बाल वैज्ञानिक पाठ्यपुस्तकों में प्रासंगिक अध्याय पढ़कर समझ बना लें।

मॉड्यूल का पाठ विभिन्न उदाहरण और गतिविधियों के साथ दिया गया है। उन्हें कुछ इस तरह से तैयार किया गया है कि पाठक रूककर उन बातों पर सोच सकें जिनपर पाठ के दौरान विचार विमर्श किया जा रहा है।  कुछ विषयों की विस्तृत चर्चा, जैसे उदाहरण के लिये वैज्ञानिक विधि, मापन की सीमाएं व त्रुटियां इत्यादि को मुख्य पाठ से हटा कर  परिशिष्ट में दिया गया है ताकि मुख्य पाठ अबाध गति से सुचारू रूप से पढ़ा जा सके।

मॉड्यूल के आखिर में दिये गये अभ्यास के सवालों को इस तरह से चुना गया है कि यह जांचा जा सके कि पाठ के दौरान आई अवधारणाओं की सही समझ बनी है या नहीं। इसलिये उन सारे अभ्यास प्रश्नों को हल करने की कोशिश की जानी चाहिये ताकि इस मॉड्यूल का पूरा लाभ उठाया जा सके।

और अंत में सबसे महत्वपूर्ण बात, यह मॉड्यूल केवल एक शुरुआत है। अगर यह मॉड्यूल छात्रों को (जिसमें इसे पढ़ने वाले सभी लोग आते हैं) और पढ़ने, ज्यादा सीखने, ज्यादा सवाल पूछने व और ज्यादा प्रयोग करने के लिये प्रोत्साहित करता है तो हम अपने मकसद में कामयाब होंगे।

## गति में होने या चलने के क्या मायने हैं?

बतौर शिक्षक किसी विषय को बच्चों के सामने रखने से पहले यह जान लेना बेहतर होता है कि बच्चे उस विषय में पहले से ही क्या जानते हैं। गति या चाल संबंधी विषय पर बात करने से पहले भी छात्रों के सामने ऐसे सवाल रखे जा सकते हैं कि गति में होने या चलने के क्या मायने हैं? या कि तुम ये कैसे जान पाते हो कि फ़लां चीज चल रही है? ज्यादातर बच्चों ने कक्षा 8 तक आते-आते गति या चाल के विषय में कुछ ना कुछ तो जरूर ही पढ़ रखा होगा और वो इन सवालों के कुछ जवाब भी देंगे। लेकिन हो सकता है कि उनकी समझ या विवरण अधूरे हों। इन कमियों को उपयुक्त उदाहरणों के जरिये छात्रों के बीच रखा जा सकता है।

उदाहरण के तौर पर हो सकता है कि बच्चे गति या चाल को समय के साथ किसी चीज की स्थिति में हुए बदलाव के रूप में समझते हों। सही होने के बावजूद यह समझ अधूरी है। इस विवरण में एक बात जो सीधे या स्पष्ट तौर पर नहीं निकल कर आ पा रही है वो ये है कि किसी चीज की स्थिति में होने वाला बदलाव एक संदर्भ बिंदु (reference point) के संबंध में हो रहा है। इस बात की समझ बनाने के लिये आप नीचे दिखलाई गई कार्टून स्ट्रिप में सुझाये गई बातचीत की मदद ले सकते हैं। चार छात्रों की मदद से इस बातचीत पर एक छोटा सा नाटक भी खेला जा सकता है। उसके बाद बच्चों के साथ चर्चा की जानी चाहिये ताकि वो किसी वस्तु की चलने की प्रक्रिया में संदर्भ बिंदु के महत्त्व व साथ ही गति या चाल को समझने में उसे देखने वाले की भूमिका को भी समझ सकें।

आयेशा और बब्लू बस अड्डे पर एक पेड़ के नीचे खड़े भोपाल जाने वाली बस का इंतजार कर रहे हैं। उनके दो और दोस्त, रेवा व मोहन, देवास जाने वाली एक बस में चढ़ जाते हैं। बस चलना शुरू होती है।

आयेशाः अरे बब्लू! मोहन को देखकर क्या तुम यह कहोगे कि वो चल रहा है?
बब्लूः और नहीं तो क्या।
आयेशाः तुम ऐसा कैसे कह सकते हो? मुझे तो ये दिखाई दे रहा है कि वो आराम से बस में बैठा हुआ है।
बब्लूः हां, लेकिन बस तो चल रही है ना। नही क्या?
आयेशाः तो क्या हुआ?
बब्लूः आयेशा तुम कभी मेरा यकीन नहीं करती। चलो रेवा से पूछो।
आयेशाः रेवा, क्या तुम्हें मोहन चलता हुआ नजर आ रहा है?
रेवाः नही तो। वो बस में एक जगह पर ही बैठा हुआ है।

आयेशा रेवा की कही बात बब्लू को बताती है। बब्लू आयेशा का मोबाईल छीनकर गुस्से में रेवा से कहता है,

बब्लूः क्या तुम्हे दिखाई नहीं देता कि बस चलते हुए पेड़ से आगे बढ़ गई है और मोहन बस के अंदर है? बस चल रही है और उसके साथ मोहन भी।
रेवाः लेकिन मैं भी तो बस में ही हूं! मुझे तो ऐसा आभास कतई नहीं हो रहा कि मोहन चल रहा है। वो मुझे अपने से दूर जाता या पास आता नजर नहीं आ रहा।
मोहनः अरे बाबा, ऐसा कैसे हो सकता कि एक ही समय में मैं चल भी रहा हूं और नही भी।

आपको क्या लगता है कि क्या हो रहा है? हम ये कैसे तय करते हैं कि कोई चीज चल रही है या नहीं?

**उदाहरण 1**ः एक हवादार रात में बादलों से ढ़ंके चांद को देखिये। जब बादल हवा के साथ चांद के सामने से गुजरते हैं तो कभी कभी ऐसा आभास भी होता है कि बादलों के पीछे से चांद चल रहा है। अगर आपको इन सबके साथ एक पेड़ को भी देखना हो तो आप क्या पायेंगे? (चित्र 1)

**उदाहरण 2**ः एक चलती हुई ट्रेन में बैठकर खिड़की से पटरी के आस-पास की वस्तुओं को देखने का उदाहरण काफ़ी उम्दा है। जब ट्रेन खुले मैदानों से होकर गुजरती है तो हमें ऎसा आभास होता है जैसे कि पास की झाड़ियां व लेम्पपोस्ट वगैरह ट्रेन के पीछे की ओर भाग रहे हों, लेकिन दूर के पेड़ ट्रेन के चलने की दिशा में ही चल रहे हों। जबकि हम जानते हैं कि पेड़ और लेम्पपोस्ट अपनी जगह पर ही हैं तब पर भी ये भ्रम क्यूं हो जाता है? (चित्र 2)

किसी वस्तु का चलना या ना चलना इस बात पर निर्भर करता है कि उसे देखने वाला किस संदर्भ बिंदु के सापेक्ष उसकी गति या चाल को माप रहा है। देखने वाले को एक ही वस्तु किसी एक संदर्भ बिंदु की तुलना में चलती हुई तो किसी दूसरे संदर्भ बिंदु के सापेक्ष ना चलती हुई दिखाई दे सकती है। इस प्रक्रिया में संदर्भ बिंदु खुद वो व्यक्ति भी हो सकता है जो उस वस्तु को देख रहा हो या कोई और बिंदु जो उस वस्तु के साथ-साथ देखनेवाले की नज़र में हो। उदाहरण के तौर पर, अपने तरफ़ फ़ेंकी हुई एक गेंद को लपकने के लिये हम गेंद की स्थिति का अंदाजा अपनी तुलना में लगाते है या ये कहें कि हम अपने आप को संदर्भ बिंदु मानकर गेंद की स्थिति का अंदाजा लगाते हैं। लिखते समय हम पेन की स्थिति का अंदाजा किसी एक लाइन या उसकी नोक के संदर्भ में लगाते हैं। कल्पना कीजिये कि आप एक चलती हुई ट्रेन में कुछ लिख रहे हैं। ट्रेन के साथ आप और जिस कागज पर आप लिख रहे हैं गति में हैं। लेकिन ऐसी स्थिति में भी अगर ट्रेन बिना हिचकोले खाए सुगमता से चल रही हो तो हम ट्रेन में भी ठीक वैसे ही आसानी से लिख पाते हैं जैसे एक कक्षा में कुर्सी पर बैठकर। कक्षा में बैठकर या सुगमता से चल रही एक ट्रेन में बैठकर लिखने की इन दोनों ही परिस्थितियों में जो एक बात समान है वो ये कि दोनों ही स्थितियों में संदर्भ बिंदु (कागज) को स्थिर माना गया है और (पेन की) चाल को इसके सापेक्ष देखा जा रहा है। इसीलिये, हमें फ़र्क नहीं पड़ता कि जिस सीट पर हम बैठकर लिख रहे हैं वो गति में है या नहीं। जब तक हम कागज को अपने संबंध में बिना हिलाये-डुलाये पकड़ कर रख सकते हैं, हम उस पर आसानी से लिख सकते हैं।

उस समय क्या होता है जब हम एक चलती हुई ट्रेन में कैच–कैच खेलने की कोशिश करते हैं?

## पी. टी. उषा क्या कर रही हैं?

चित्र 3 में दिखाई गई मशहूर खिलाड़ी पी. टी. उषा की तस्वीर को देखिये। इस तस्वीर में आपको क्या दिखाई दे रहा है?

चित्र 3: समुद्र तट पर दौड़ती हुई पी. टी. उषा

कहीं आपका जवाब ये तो नही कि "पी. टी. उषा किसी समुद्र तट पर दौड़ रही हैं " ? इस तस्वीर को देखकर तो सिर्फ़ इतना ही कहा जा सकता है कि उनका एक पांव ज़मीन पर है और दूसरा हवा में। आप चाहें तो एक पांव पर भी बिना हिले-डुले खड़े रह सकते हैं। जरा कोशिश कर के देखिये!

सिर्फ़ एक अचल तस्वीर को देखकर तो पक्के तौर पर यह कह पाना मुश्किल है कि वह दौड़ रही हैं (गति में हैं) या कि एक ही जगह पर खड़ी हुई हैं। पक्के तौर पर यह जान पाने के लिये ज़रूरी है कि हम पी. टी उषा की गतिविधि को अलग-अलग समय अंतराल पर देखें।

ठीक उसी तरह जब हम सूरज, चांद या एक नक्षत्र को देखते हैं तो वे हमें रूके हुए से प्रतीत होते हैं। लेकिन जब हम उनकी तरफ़ आधे-एक घंटे बाद दोबारा से देखतें हैं तब ही यह जान पाते हैं कि वे अपनी पिछ्ली स्थिति से आगे बढ़ चुके हैं और असल में चल रहे हैं।

लेकिन फ़िर हम ऐसे कथनों का भी तो अकसर ही उपयोग करते हैं जिसमें बात सिर्फ़ उस समय की ही होती है, जैसे कि " मैं अभी चल रहा हूं" या " तुम अभी बहुत तेज गाड़ी चला रहे हो" । इस बात की समझ बना पाना ज़रा मुश्किल है कि इन जैसे कथनों में जब हम 'अभी' का उपयोग करते हैं तो असल में हमारा मतलब एक ऐसे बहुत ही छोटे समय अंतराल से होता है जिसके दौरान हमारी स्थिति में बदलाव आया है। आगे चलकर तात्कालिक और औसत गति पर चर्चा के दौरान इस बात की समझ और बेहतर होगी।

पी. टी. उषा पय्योली एक्सप्रेस के नाम से भी जानी जाती हैं। केरल के छोटे से गांव से आने वाली पी. टी. उषा हमारे समय की सबसे ज्यादा प्रभावी और सफ़ल महिला खिलाड़ियों में से एक हैं। 1983 से 1989 के बीच उन्होंने एशियन ट्रेक और फ़ील्ड प्रतियोगिताओं में 13 स्वर्ण पदक जीते हैं। 1984 के लॉस एंजिल्स ओलंपिक में 400 मी की बाधा दौड़ का सेमी फ़ाइनल जीत कर वह पहली भारतीय महिला (और पांचवी भारतीय) खिलाड़ी बनी जो ओलंपिक के किसी प्रतियोगिता के फ़ाइनल में पहुंच सकी। फ़ाइनल प्रतियोगिता में वह कांस्य पदक पाने में मात्र 1 सेकण्ड के 100वें हिस्से से चूक गईं। उषा ने अब तक 101 अंतर्राष्ट्रीय पदक जीते हैं। जकार्ता में हुई छठंवी एशियन ट्रेक और फ़ील्ड प्रतियोगिता में उन्होंने 5 स्वर्ण पदकों के साथ कुल मिलाकर 6 पदक जीते। किसी एक

समय और गति को एक दूसरे से अलग-अलग करके देखना एक असाध्य काम है। गति या चाल का अनुमान लगाने के लिये हमें समय को जानने की आवश्यकता होती है और समय को मापने के लिये गति या चाल की। समय मापने की सभी घड़ियां किसी ना किसी प्रकार की गति पर निर्भर होती हैं जिसे मानक माना जाता है। एक रेत घड़ी में ऊपर के खाने की सारी रेत एक निश्चित अवधि (समय अंतराल) में एक छेद से होते हुई नीचे आ जाती है। एक धूपघड़ी के कांटे की परछाई एक निश्चित समय सीमा में (हर मिनट या घंटे में) एक चिन्हित जगह से दूसरी चिन्हित जगह खिसक जाती है। आजकल की आधुनिक घड़ियों में एक क्रिस्टल एक निश्चित आवृत्ति के साथ स्पंदन करता है और एक आणविक घड़ी से मापा गया समय इस बात पर निर्भर करता है कि एक इलेक्ट्रान अपने नाभिक के चारों ओर कितनी निश्चित अवधि में चक्कर लगाता है।

कई अध्ययन ये बतलाते हैं कि गति या चाल के विषय की समझ बनाने के दौरान स्थिति के बदलने की अवधारणा के मुकाबले समय के बीतने की अवधारणा को ज्यादा महत्त्व नहीं दिया जाता। जिस वहज से कई भ्रांतियां (गलतफ़हमियां) हो जाती हैं। ऐसा शायद इसलिये है कि हम चलती हुई चीजों को अपनी स्थिति बदलते हुए तो देख पाते हैं और इन अलग-अलग स्थितियों की छवि हमारे दिमाग में रह जाती है वहीं दूसरी ओर समय का अंदाजा सीधे-सीधे नहीं लगाया जा सकता और कई दफ़े तो हमें समय के बीतने का अंदाजा तक नहीं होता।

चर्चा कीजिये कि क्या नीचे दिये वाक्य सही हो सकते हैं:

अ. मैं कल एक घंटे चला।
ब. मैं हमेशा ही भागता (दौड़ता रहता हूं)।
स. तुम बिना हिले-डुले खड़े हुए हो।
द. मोहन हिले-डुले बिना अपना हाथ लहरा रहा है।

ऊपर सुझाये गये वाक्यों में से कुछ को जान बूझकर अस्पष्ट बनाया गया है। इन और इन जैसे ही दूसरे वाक्यों पर चर्चा करने से समय व संदर्भ बिंदु जैसी अवधारणाओं की समझ पक्की होगी।

## गति के अलग–अलग रूप (चालें तरह–तरह की) (गति के प्रकार)

कक्षा में बच्चों को अपनी जगह बैठे हुए ही आस–पास की चीजों में से उन चीजों को पहचानने के लिये कहिये जोकि चल रही हों। उनके जवाबों में शायद ये चीजें हों: क्लासरूम में चहलकदमी करता शिक्षक, कमरे की छत पर घूम रहा पंखा, बाहर के पेड़ों पर हवा से हिल रहीं शाखायें व पत्तियां, आकाश में उड़ते परिंदे, बाहर बरामदे में आते-जाते लोग, कमरे में मौजूद चींटियां व मक्खियां, इत्यादि। और कुछ जवाब शायद ऐसे भी हों: आस–पास की चीजों को देखने के दौरान लोगों के हिलते हुए सिर, झपकती हुई आंखें, चलती हुई उंगलियां, इत्यादि।

आप कितनी अलग–अलग तरह की गतियों के बारे सोच सकते हैं? हम अलग–अलग तरह की गतियों या चालों को बतलाने के लिये अलग–अलग तरह के शब्दों का इस्तेमाल करते हैं जैसे कि चलना, दौड़ना, कूदना, लहराना, कांपना, हिलना, गिरना, इत्यादि।

एक वस्तु गति में होने या चलने के दौरान जिस तरह के रास्ते का अनुसरण करती है, उसके मुताबिक उस वस्तु की चाल को कहा जा सकता है:
अ. सरल रेखीय गति या चाल –– अगर गति एक सीधी दिशा में हो, जैसे कि सीधी सड़क पर चलती हुई एक महिला।
ब. घुमावदार या वक्ररेखीय गति –– दिशा बदलती हुए आगे को बढ़ना, जैसे कि एक सांप की चाल।
स. गोलाकार या वृत्ताकार गति –– एक वृत्त की परिधी पर गति, जैसे कि पंखा।
द. आवधिक या नियतकालिक गति –– ऐसी गति जिसमें वस्तु कुछ निश्चित समय अंतराल के बाद एक स्थिति में दोबारा से आ जाये, जैसे कि एक दोलक की गति।

अपने आस–पास चल रही चीजों की एक लिस्ट बनाइये। ऊपर बतलाई गई अलग–अलग तरह की गतियों के हिसाब से इन चीजों की चाल किस तरह की है?

## जटिल या मिश्रित गतियां

**उदाहरण 3**: बचपन में आपने लट्टू तो जरूर देखा होगा। इसके साथ खेलने के दौरान आपने देखा होगा कि लट्टू अपनी धुरी पर घूमते हुए फ़र्श पर चारों ओर भी घूमता है (चित्र 4)।

चित्र 4: घूमता हुआ लट्टू

**उदाहरण 4**: एक चलती हुई बस के चके अपनी धुरी पर घूमते हुए आगे की तरफ़ भी बढ़ते हैं। जबकि बस का स्टीयरिंग व्हील (संचालन पहिया) बस के साथ आगे बढ़ता हुआ एक दूसरे ही अक्ष पर घूमता है (चित्र 5)।

चित्र 5: बस के अलग अलग हिस्सों की चाल

**उदाहरण 5**: इसी तरह, एक आगे बढ़ती हुई साइकिल की गति भी उसके अलग-अलग हिस्सों की गतियों के संयोजन का ही नतीजा होती है। तस्वीर में दिखाई गई साइकिल को देखिये जिसे एक लड़का सड़क पर चला रहा है। लड़का और साइकिल दोनों ही एक दिशा में आगे बढ़ रहे हैं, जबकि लड़के के पैर और साइकिल के पैडल एक साथ गोल चक्कर लगा रहे हैं। साइकिल के पहिये अपनी धुरी पर घूमने के साथ-साथ आगे की ओर भी बढ़ रहे हैं (चित्र 6)।

चित्र 6: बिना प्रदूषण की सवारी

अपने चारों ओर की चलती-फ़िरती हुई चीजों को देखकर अंदाजा लगाने की कोशिश कीजिये कि उनमें से कितनों की गति जटिल या अलग-अलग तरह की गतियों का मिश्रण है। उन अलग-अलग तरह की गतियों को पहचानने की कोशिश कीजिये जिनके संयोजन से किसी वस्तु की गति जटिल बन रही है।

फ़िलहाल के लिये हम इस चर्चा को एक सीधी रेखा में होने वाली गति तक ही सीमित रखेंगे। हम आगे देखेंगे कि एक सरल रेखीय गति का मात्रात्मक ब्यौरा देना अपेक्षाकृत आसान है। जिसके चलते इस तरह की गति से जुड़ी बुनियादी अवधारणाओं को संख्यात्मक जटिलताओं में उलझे बिना समझना आसान हो जाता है। जटिल गतियों को समझने के लिये उन्हें सरल भागों में तोड़कर देखा जा सकता है। इन सरल भागों का अलग-अलग स्वतंत्र रूप से विश्लेषण करने के बाद, इन्हें एक साथ जोड़कर जटिल गति को समझा जा सकता है। सीखने और समझ बनाने का ये एक तरीका है। सिलाई सीखने की जटिल प्रक्रिया भी ऐसे ही सरल भागों से मिलकर बनी होती है। सिलाई

वास्तविक जीवन में दिखने वाली ज्यादातर गतियां जटिल ही होती हैं या यूं कहें कि कई तरह की अलग-अलग गतियों से मिलजुलकर बनी हुई होती हैं। फ़र्श पर लुढ़कती हुई एक गेंद सीधी रेखा में आगे बढ़ने के साथ-साथ अपने अक्ष पर भी घूमती जाती है। किसी जटिल घटना को समझने का एक दृष्टिकोण यह भी है कि उस घटना को सरल घटकों (भागों) में तोड़कर समझा जाये। उन सरल भागों की व्याख्या करने के लिये सिद्धांत गढ़े जायें और फ़िर उन्हें जोड़कर एक वृहद सिद्धांत तक पहुंचा जाये जोकि उस जटिल घटना की व्याख्या करे। विज्ञान में इस दृष्टिकोण

सीखने की शुरूआत में हम सीधी सिलाई और बाद में बखिया और तुरपाई के टांके लगाना सीखते हैं। याकि पढ़ते वक्त, अगर हमारा वास्ता एक ऐसे कठिन वाक्य से पड़ जाये जिसके कई शब्दों का अर्थ हमें ना पता हो तब हम किसी ऐसे शब्दकोष का सहारा लेते हैं जिसमें उन कठिन शब्दों के मायने सरल तरीके से समझाये गये हों। उन कठिन शब्दों के मायने अलग से समझने के बाद वाक्य को समझना आसान हो जाता है। गति या चाल को समझने के लिये भी हम इसी तरीके का इस्तेमाल करेंगे। शुरूआत हम एकदम आसान परिदृश्य से करेंगे और उसे समझने की प्रक्रिया के दौरान ही हम गति के सिद्धांत बनायेंगे। इस सिद्धांत को तब और विकसित किया जायेगा ताकि ज्यादा जटिल गतियों को भी इसके अंतर्गत समझा जा सके। इस तरह हम वास्तविक जीवन की गतियों की एक बेहतर समझ बनाने की दिशा में आगे बढ़ेंगे।

**घटकवादी नज़रिया**

विज्ञान के क्षेत्र में किसी भी घटना को समझने व उसकी व्याख्या करने का यह एक बुनियादी दृष्टिकोण है। जैसा कि पाठ में आये उदाहरणों पर चर्चा के दौरान आपने देखा कि आस-पास दिखने वाली अधिकांश गतियां, चाहे वह एक लड़के या लड़की का सड़क पर साईकिल चलाना हो या फ़िर ट्रेन के इंजन का चलना, किसी जटिल प्रक्रिया का नतीजा होती हैं। इस जटिलता को समझने के लिये इस्तेमाल किया जाने वाला एक आम तरीका यह है कि सबसे पहले उन कारकों को पहचानने की कोशिश की जाये जो उस प्रक्रिया को प्रभावित कर रहे हों। और अगले चरण में उन कारकों के प्रभावों का अध्ययन किया जाये। इन अध्ययनों में हम कुछ ऐसे प्रयोगों की मदद लेते हैं जिनमें एक समय में एक ही कारक के प्रभाव को समझने का प्रयास किया जाता है। ऐसा करने के लिये, हम किसी एक प्रयोग में बाकि सभी कारकों को नियत (स्थिर, स्थाई) रखते हुए सिर्फ़ उस कारक को नियंत्रित तरीके से बदलते हैं जिसके प्रभाव का अध्ययन करना हो। किसी दूसरे प्रयोग में अगले कारक को बदलते हुए बाकि सभी को नियत रखा जाता है। इसी तरह एक-एक करके तब तक प्रयोग किये जाते हैं जब तक सभी कारकों के प्रक्रिया पर पड़ने वाले प्रभाव का अध्ययन ना हो जाये। तब फ़िर इन प्रयोगों के नतीजों को एक साथ रखकर उस जटिल प्रक्रिया को समझने व उसकी व्याख्या करने की कोशिश की जाती है। किसी घटना को समझने यह नज़रिया ही घटकवादी नज़रिया कहलाता है।

गौर करने वाली बात यह है कि विज्ञान का यह दृष्टिकोण इस मान्यता (अनुमान, धारणा) पर आधारित है कि -- पूरी घटना या प्रक्रिया अपने उन अलग-अलग घटकों का योग मात्र है जो इसे प्रभावित करते हैं। इसका मतलब यह हुआ कि हम यह मानकर चल रहे हैं कि जब किसी घटना या प्रक्रिया को प्रभावित करने वाले कारक एक साथ आते हैं तो नतीजतन सिर्फ़ वही प्रक्रिया या घटना घटती है जिसका हम अवलोकन कर रहे हैं। घटकवादी नज़रिये में अपनाया गई यह मान्यता

# गति को मापना

किसी वस्तु की गति या चाल समय के साथ उसकी स्थिति में आये हुए बदलाव को दर्शाती है। वस्तु की स्थिति में होने वाला यह बदलाव एक देखनेवाले के द्वारा किसी संदर्भ बिंदु के सापेक्ष (तुलना में) मापा जाता है। हालांकि, कई दफ़े हम संदर्भ बिंदु को स्पष्ट तौर से बताये बिना यह मान लेते हैं कि मापन किसी सुविधाजनक संदर्भ बिंदु के सापेक्ष किया गया है। इस प्रक्रिया में जरूरी है कि हम स्थिति में हुए बदलाव के साथ-साथ यह भी मापे कि यह बदलाव कितने समय अंतराल में हुआ है।

संदर्भ बिंदु व पर्यवेक्षक (देखनेवाला), एक साथ मिलकर निर्देश तंत्र (frame of reference) बनाते हैं।

चलिये पहले हम एक गतिशील वस्तु की स्थिति में आये बदलाव पर नजर डालते हैं। अगर हम यह माप लें कि किसी गतिशील वस्तु ने चलते हुए कितनी दूरी तय की तो हम उसकी स्थिति में आये बदलाव को जान सकते हैं।

आप दूरी को मापने के लिये किन उपकरणों की मदद ले सकते हैं?

**उदाहरण 6**: एक जैसी 2 लम्बी वस्तुएं लीजिये, जैसे कि दो डस्टर या दो पेंसिल। इस प्रयोग में दूरी नापने के लिये हमें एक मापनी (रूलर) की भी जरूरत पड़ेगी। दोनों पेंसिलों को किसी टेबल या बेंच पर अगल-बगल सटाकर चाक से उनकी इस स्थिति पर निशान लगाईये। अब किसी एक पेंसिल को उसकी लम्बाई की दिशा में ही आगे की ओर बढ़ा दीजिये (चित्र 7)। आगे बढ़ी हुई पेंसिल की स्थिति पर भी निशान लगा दीजिये। अब रूलर का इस्तेमाल करके यह बतलाइये कि दूसरी पेंसिल ने कितनी दूरी तय की है? क्या आप सभी ने जो दूरी निकाली वो एक समान ही आई? अगर नहीं तो नतीजों के अलग-अलग होने के क्या कारण हैं?

चित्र 7: पेंसिल कितनी दूर चली?

**उदाहरण 7**: मेरे पास एक ऐसी गेंद है जिसपर एक मुस्कुराता चेहरा बना हुआ है (चित्र 8)। अगर मैं इस गेंद को एक ऐसे कमरे के एक कोने से दूसरे कोने की तरफ़ लुढ़का दूं जिसका आकार 10*10 हो तो

अ. गेंद ने कुल कितनी दूरी तय की?
ब. क्या गेंद पर बने मुस्कुराते चेहरे की आंख ने भी उतनी ही दूरी तय की जितनी कि गेंद ने?

चित्र 8: लुढ़कती हुई खुशगवार गेंद

इन प्रश्नों के इर्द-गिर्द कई बातों पर चर्चा की जा सकती है। पहले प्रश्न का जवाब इस बात निर्भर करेगा कि गेंद एक कोने से बगल के कोने तक लुढ़काई गई है या विकर्ण (diagonal) की दिशा

में। साथ ही यह बात भी गौर करने वाली है कि गेंद के हर एक बिंदु की गति यौगिक (मिश्रित, मिली–जुली) है। गेंद का हर बिंदु उसके केंद्र के चारों ओर घूम रहा है और साथ ही गेंद एक दिशा में आगे की ओर बढ़ी जा रही है। आमतौर पर हम गेंद के केंद्र–बिंदु की चाल को ही 'गेंद की चाल' कहते हैं। अगर ध्येय सिर्फ़ एक सीधी रेखा में गेंद द्वारा तय की गई दूरी को ही मापना हो तो गेंद का अपनी धुरी पर घूमने को नज़रअंदाज कर दिया जाता है। हम दूरी मापने में आई हुई उन खामियों को भी अनदेखा कर देते हैं जो गेंद के अपने आकार की वजह से आ जाती हैं। इस बात पर चर्चा की जा सकती है कि किन परिस्थितियों में हमारी यह मान्यतायें वैध होंगी।

**उदाहरण 8**: चित्र 9 में एक बस दो स्थितियों में दिखाई गई है। उसी चित्र में कुछ दूरियां भी दिखलाई गई हैं। क्या दिखलाई गई इन दूरियों में से किसी एक को बस के द्वारा तय की गई दूरी माना जा सकता है? अगर हां तो आप किसे चुनेंगे और क्यूं? और अगर नहीं तो फ़िर बस के द्वारा तय की गई सही दूरी क्या होगी?

चित्र 9: अगला छोर या पिछला – – किसके बीच की दूरी मापें

एक चलती हुई वस्तु के द्वारा तय की गई दूरी को मापते समय दो बातों का ख्याल रखा जाना चाहिये। पहला, कि वस्तुओं का एक निश्चित आकार होता है और दूसरा ये कि एक चलती हुई वस्तु के हिस्से अलग–अलग तरह की गतियों में हो सकते हैं। चित्रों के माध्यम से दिखाये गये उदाहरणों का मकसद इन्हीं दो बिंदुओं को स्पष्ट करना है। दूसरे बिंदु पर एक स्पष्ट समझ बनाने के लिये एक बस या साईकिल का उदाहरण बेहतर होगा। इन दोनों ही उदाहरणों से बच्चे परिचित हैं। यहां हमने एक बस का उदाहरण लिया है, साईकिल का उदाहरण बच्चों को एक सवाल के रूप में हल करने के लिये दिया जा सकता है। बस की स्थिति में हुए बदलाव (परिवर्तन) के इस आकलन की अंतर्निहित मान्यताएं क्या हैं? हमनें बस में एक बिंदु लिया, उसकी स्थिति में हुए बदलाव को मापा और फ़िर बस के पहियों, उसके अंदर बैठे लोगों व ऐसी ही तमाम गतियों को अनदेखा करते हुए बस के द्वारा तय की गई दूरी को उस बिंदु के द्वारा तय की गई दूरी के बराबर ही मान लिया। इस दौरान हमनें यह भी मान लिया कि दोनों ही स्थितियों में बस के आकार व बनावट में किसी भी तरह का अंतर नहीं है। कुल मिलाकर बस के द्वारा तय की गई दूरी को निकालते हुए हमनें यह माना कि बस एक rigid body है। विज्ञान के क्षेत्र में कई बार इस तरह के सरलीकरण का इस्तेमाल किया जाता है ताकि जटिल गणनाओं में उलझे बिना किसी घटना के पीछे के (अंतर्निहित) सार्वभौमिक सिद्धांतों का पता लगाया (तक पहुंचा) जा सके।

ये तो बात हुई दूरी मापने की, आइये अब उस समय अंतराल को भी मापने की बात हो जाये जितना कि किसी वस्तु को एक निश्चित दूरी तय करने में लगा हो। जरा इन प्रश्नों पर विचार कीजिये, आप स्कूल से निकलकर अपने घर तक पहुंचने में लगा समय कैसे निकालते हैं? क्या आप उसी तरीके से वो समय निकाल सकते हैं जितना कि एक गेंद को कमरे के एक कोने से दूसरे कोने तक फ़ेंकने में लगता है? कोशिश कीजिये?

इस मॉड्यूल में आगे सुझाई गई गतिविधियों में से कुछ में हमनें विराम घड़ी (स्टापवाच, चित्र 10) के इस्तेमाल का सुझाव दिया है। ऐसी विराम घड़ी जो एक सेकण्ड का 100वां हिस्सा भी दर्शाती हों, इन प्रयोगों मे उपयोगी साबित होगी। इस तरह की एक घड़ी जो इंदौर के बाज़ार में उपलब्ध है चित्र में दिखलाई गई है। आमतौर पर बाजारों में आसानी से मिलने वाली ये डिजिटल स्टापवाच कई तरह के काम आती हैं इसीलिये खरीदने के बाद शायद आपको इनकी सेटिंग बदलनी पड़े। घड़ी के साथ मिली नियम-पुस्तिका से आप सेटिंग बदलने, उसे शुरू व बंद करने और रिसेट यानि की नई शुरूआत करने के लिये तैयार करना सीख सकते हैं। ऐसी घड़ी के विकल्प के तौर पर आप अपने मोबाईल के 'स्टापवाच' फ़ंक्शन का इस्तेमाल कर सकते हैं।

चित्र 10: इंदौर के बाज़ार में आमतौर पर उपलब्ध स्टापवाच

**ताली पर चालू, ताली पर बंद**

आगे सुझाये गए प्रयोगों में अच्छे नतीजों के लिये जरूरी है कि बच्चे अपनी घड़ियों का इस्तेमाल सही तरीके से करना सीख लें। ऐसा करने के लिये सभी बच्चों को एक साथ लेकर एक खेल खेला जा सकता है। सभी को अपनी-अपनी स्टापवाच के साथ तैयार रहने को कहिये। इस खेल का नियम है कि जैसे ही आप ताली या सीटी बजायें बच्चों को अपनी स्टापवाच शुरू करनी है और अगली ताली/सीटी बजने पर उसे रोक देना है। शुरूआत में तालियों/सीटियों के बीच में पर्याप्त अंतराल रखें और फ़िर जैसे-जैसे बच्चों का अपनी स्टापवाच शुरू-बंद करने का अभ्यास बेहतर होता जाये तो तालियों/सीटियों के बीच के अंतराल को कम करते जाइये। उम्मीद है इस खेल के जरिये बच्चे अपनी स्टापवाच चलाने में अभ्यस्त हो जायेंगे।

एक और मजेदार खेल/प्रयोग के माध्यम से बच्चे अपनी स्टापवाच का इस्तेमाल अच्छे से करना सीख सकते हैं। इस खेल/प्रयोग में बच्चों को जितनी जल्दी हो सके अपनी घड़ी शुरू और बंद करनी है। बच्चे जितनी तेजी से ऐसा कर पायेंगे, वे उतना ही कम समय माप सकेंगे। इस प्रयोग को 20-25 दफ़े दोहरायें। हर एक बच्चे के द्वारा इन सभी प्रयोगों में मापे गये समय अंतराल का औसत निकाला जाये तो हम यह जान सकते हैं कि एक बच्चा प्रतिक्रिया करने में औसतन कितना समय लेता है, या उस बच्चे का "औसत प्रतिक्रिया समय" कितना है। (There is some confusion here with the sentence.) How can we compare number of readings with average reaction time?

## स्पीड (वेग, रफ़्तार)

अब तक हम दूरी और समय को मापने के बारे में कुछ ना कुछ तो जान ही चुके हैं। आइये देखें की इस जानकारी के आधार पर आगे बढ़ते हुए क्या हम किसी वस्तु की गति या चाल को माप सकते हैं? जरा सोचिये कि एक चलती हुई चीज को देखकर सबसे पहले दिमाग में क्या ख्याल आते हैं? तमाम बातों के साथ एक बात जो सबसे पहले दिमाग में आती है कि वह चीज कितनी तेज चल रही है। चीजों का तेज या धीमा चलना उनके वेग (स्पीड) पर निर्भर करता है। उदाहरण के तौर पर, मान लीजिये कि आप स्कूल के लिये लेट हो रहे हैं और ऐसे में आपके दो पड़ोसी आपकी मदद करने के लिये तैयार हैं। अगर एक के पास साईकिल है और दूसरे के पास मोटरसाईकिल, तो आप किसकी मदद लेना पसंद करेंगे और क्यों?

हाई स्कूल स्तर के छात्रों (13-15 वर्ष) को पहले से ही वेग (स्पीड) से जुड़ी अवधारणाओं की कुछ समझ होती है और वे गति के तेज या धीमा होने को इन अवधारणाओं से जोड़ने की कोशिश भी करते हैं। इसीलिये, ऊपर सुझाये गये उदाहरण के जैसे अन्य उदाहरणों की मदद से उनके बीच वेग (स्पीड) को मापने की चर्चा की जा सकती है।

निश्चित तौर पर एक मोटरसाईकिल एक साईकिल की तुलना में तेज रफ़्तार से जा सकती है और अगर आप स्कूल पहुंचने के लिये अपने मोटरसाईकिल वाले पड़ोसी की मदद लेंगे तो जल्दी पहुंच जायेंगे। लेकिन रफ़्तार ऐसी मात्रा नही है जिसकी गणना सीधे-सीधे की जा सके। किसी चीज की रफ़्तार जानने के लिये उसके द्वारा तय की गई दूरी को उस समय अंतराल से विभाजित करना पड़ता है जितना कि दूरी तय करने में लगा हो।

औसत रफ़्तार (स्पीड, वेग) = तय की गई कुल दूरी/कुल दूरी को तय करने में लगा कुल समय

इस सूत्र में गौर करने वाली यह है कि रफ़्तार के आगे हमने एक विशेषण 'औसत' का इस्तेमाल किया है। इसके बारे में हम आगे विस्तार से चर्चा करेंगे। उससे पहले आईये हम रफ़्तार को मापने का आंनद लें।

आगे के पन्नों में दी गई गतिविधियों को इस तरह तैयार किया गया है जिससे बच्चे एक क्लास की रोजमर्रा के सीखने के तरीकों से हटकर थोड़ा चहलकदमी करते हुए इन गतिविधियों का आंनद ले सकें। ये गतिविधियां एक गेंद को जमीन पर लुढ़का कर, किसी पत्थर या चाक को चलाकर, या जमीन पर चलती हुई चींटियों के साथ -- ऐसी किसी भी चीज के साथ की जा सकती हैं जोकि एक सीधी रेखा पर चल रही हो और जो इतनी तेज ना भाग रही हों कि स्टॉपवॉच से उसके द्वारा तय की गई दूरी में लगा समय ना निकाला जा सके। बच्चों से इन गतिविधियों को अपने घरों में भी करने के लिये कहा जा सकता है और उन्हें मिले नतीजों पर क्लास में चर्चा की जा सकती है। अगर स्टॉपवॉच ना हो तो समय मापने के लिये सामान्य घड़ी की सेकण्ड की सुई या मोबाईल की घड़ी का इस्तेमाल किया जा सकता है । दूरी नापने के लिये एक रूलर या टेप काफ़ी होगा।

गतिविधि के दौरान और बाद में बच्चों को उन तमाम बातों/दिक्कतों पर चर्चा करने के लिये उकसाना चाहिये जो कि गतिविधि करते हुए उन्होंने मेससूस की। जैसे दूरी या समय को मापने में होने वाली गलतियों पर, उन चीजों के द्वारा तय की गई दूरी या दूरी तय करने में लगने वाले समय को निकालने में आई दिक्कतों पर जो या तो बहुत तेज चल रही हों या फ़िर एक सीधी रेखा में ना चल रही हों या दोनों ही।

**भागती चींटियां**

हम सभी ने ज़मीन पर इधर-उधर भागती हुई चींटियों को देखा है। क्या हम कह सकते हैं कि वे एक सीधी रेखा में चलती हैं (उनकी गति एक सरल रेखीय गति है)? उनकी चाल को ध्यान से देखिये और उनकी रफ़्तार मापने की कोशिश कीजिये। क्या आपको चींटियों की रफ़्तार मापने में कोई दिक्कत आई? नीचे सुझाई गई गतिविधि आपकी मदद कर सकती है।

कुछ चींटियों को इक्ठ्ठा कीजिये (चित्र 12)। अगर वे अलग-अलग प्रजाति की हों तो और भी अच्छा रहेगा। ध्यान रहे कि आप उन्हें कोई नुकसान ना पहुंचाएं वरना वे आपको काट भी सकती हैं। एक मोटा धागा/रस्सी लेकर फ़र्श से थोड़ा ऊपर किन्हीं दो बिंदुओं के बीच उसे तानकर बांध दीजिए। धागा जितनी तना रहेगा उतना ही अच्छा रहेगा। आप में से जो भी समय मापने में उस्ताद हो उसे स्टॉपवॉच देकर समय मापने का काम दे दीजिये। अब एक-एक करके चींटियों को धागे के एक किनारे पर रखिये और फ़िर उनके द्वारा धागे पर चलकर तय की गई दूरी और उस दूरी को तय करने में लगा समय माप करके नोट करते जाइये (चित्र 13)। इसके लिये आप धागे पर दो निशान लगा सकते हैं -- एक उस जगह जहां से चीटिंया चलना शुरू करती हैं और दूसरा धागे के दूसरी छोर पर। अब इन दोनों निशानों के बीच की दूरी को तय करने में हर एक चीटी को जितना समय लगे वह नोट करते जाइये। हो सकता है कि चींटियां धागे पर चलते हुए कहीं बीच में ही नीचे गिर जाएं या रूक जायें। क्या धागे पर बीच-बीच में शक्कर के दानों को रखकर चींटियों को ऐसा करने से रोका जा सकता है? कोशिश कीजिये और अपने अवलोकनों के आधार पर एक टेबल बनाइये। टेबल बनाने के लिये आप नीचे दी गई तालिका 1 की मदद ले सकते हैं। प्रयोग खत्म होने के बाद सभी चींटियों को उसी जगह पर छोड़ आइये जिस जगह से आप उन्हें लेकर आए थे।

चित्र 12: चींटियों को ढ़ूंटते बच्चे

चित्र 13: कसी हुई रस्सी पर चलती चींटियां

तालिका 1

| संख्या | नाम | दूरी | लगा समय | औसत रफ़्तार |
|---|---|---|---|---|
| 1 | काली चींटी | 10 सेमी | 2 से | 5 सेमी/से |
| 2 | लाल चींटी | 16 सेमी | 4 से | 4 सेमी/से |

किस चींटी की रफ़्तार सबसे तेज थी? क्या आपको ऐसा लगता है कि दूरी और समय को मापने की प्रक्रिया में कुछ त्रुटियां या कमियां हो सकती हैं? चर्चा कीजिये कि इन्हें कैसे कम किया जा सकता है?

**ब्लाक की सैर**

कई दफ़े बच्चे किसी वस्तु की स्थिति और उसकी गति के बीच के आपसी संबंध व अंतर को लेकर एक उलझी समझ बना लेते हैं। आगे दिया गया उदाहरण इसी बात को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

चित्र 14: 1 से लेकर 7 सेकण्ड तक, हर एक सेकण्ड के लिये समानांतर चल रहे काले व सफ़ेद ब्लाक (खानों) की स्थितियां। खानों के ऊपर दिखाई गई लाइनें खानों द्वारा तय की गई दूरी दर्शाने के लिये है।

दो रंग (काले व सफ़ेद) के खानों को दो अलग-अलग पर समानांतर सीधी रेखाओं पर बायें से दायें चलाया जा रहा है। चित्र 14 में शुरूआती 7 सेकण्ड के लिये हर एक सेकण्ड पर इन दोनों रंग के खानों की स्थितियां दिखलाई गई हैं।

1. किस रंग के ब्लाक की औसत रफ़्तार ज्यादा है?
2. किस समय दोनों ब्लाक एक साथ एक ही स्थिति में थे?
3. किस समय दोनों ब्लाक की रफ़्तार समान थी?
   अ. 2 से 3 सेकण्ड के बीच
   ब. 3 से 4 सेकण्ड के बीच
   स. 5 से 6 सेकण्ड के बीच
   द. कभी नहीं
4. पहली बार किस समय काला ब्लाक सफ़ेद से आगे निकल गया?
   अ. 1 से 2 सेकण्ड के बीच
   ब. 2 से 3 सेकण्ड के बीच
   स. 3 से 4 सेकण्ड के बीच
   द. There should be another option here because in my opinion none of the above options are correct. I guess the author thinks that the answer is between 2s and 3s, but one can not say that with 100% surety. It is so because it might be possible that both of the blocks reached a particulat spot exactly at the same time i.e. at 3s. So, in my opinion the correct answer (which could be derived from the figure) is between 4s and 5s.
5. पहली बार किस समय सफ़ेद ब्लाक काले से आगे निकल गया?

## स्पीड की ईकाइयां

स्पीड (रफ़्तार) पर चर्चा के बाद उसकी मानक ईकाइयों के उदाहरण लेते हुए ईकाइयों की अवधारणा पर विस्तार से समझ बनाने का ये बढ़िया पड़ाव है। आगे हम इन दो सवालों के जवाब हम ढूंढनें का प्रयास करेंगे कि, (अ) क्यों अलग-अलग परिस्थितियों में अलग-अलग ईकाइयों की जरूरत पड़ती है? और (ब) एक ईकाई को दूसरी में कैसे बदला जाये?

प्रशिक्षण सत्रों के दौरान एक अजीब बात सामने निकलकर आई। कई छात्रों और यहां तक कि कुछ शिक्षक भी इस बात पर मजबूती से विश्वास करते हैं कि स्पीड मापने की ईकाइयां मात्र मीटर/सेकण्ड या किलोमीटर/घंटा ही हैं। साथ ही यह भी पता चला कि वजन जैसी मात्राओं से जुड़ी ईकाइयों के रूपांतरण (जैसे ग्राम को किलोग्राम में) की तुलना में स्पीड (जोकि दो मात्राओं ,दूरी व समय, का अनुपात दिखाती है) की एक ईकाई को दूसरी में बदलने में उन्हें दिक्कत आती है।

आपने सब्जी मंडी में दुकानों पर सब्जी बेचने वाले दुकानदारों को 250 ग्राम, 1 किलोग्राम जैसे बांट का इस्तेमाल करते देखा होगा जिनसे वे सब्जी को तौलते हैं, लेकिन वहीं उसी मंडी में जब कोई सब्जी से भरा ट्रक आता है तो उस ट्रक में लदी सब्जियों को टन में तौला जाता है। जिस तरह वजन तौलने की अलग-अलग ईकाइयां हो सकती हैं, ठीक उसी तरह स्पीड मापने की भी कई ईकाइयां हो सकती हैं। जैसे कि आमतौर पर देखे जाने वाले उदाहरणों में एक गाड़ी की रफ़्तार को किमी/घंटा में मापते हैं और वहीं किसी प्रयोगशाला में किसी वस्तु की रफ़्तार मापने के लिये मीटर/सेकण्ड का इस्तेमाल होता है । इन दोनों ही उदाहरणों में दूरी मापने की एक ईकाई को समय मापने की एक ईकाई से विभाजित किया गया है। इसी तरह दूरी व समय की अन्य ईकाइयों

के संयोजन से रफ़्तार की दूसरी ईकाइयां मिलती है जैसे मील/घंटा, इंच/सेकण्ड वगैरह।

चित्र 15 : धर्मकांटा

चित्र 16 : सब्जी मंडी

चींटियों के साथ किये गये पिछ्ले प्रयोग में क्या आप रफ़्तार मापने के लिये किसी अन्य ईकाई का इस्तेमाल कर सकते हैं? (संकेत: दूरी को सेंटीमीटर में मापने की बजाये इंच में मापिये ।)

**ईकाइयों का रूपांतरण**

एक बस की औसत रफ़्तार 36 किलोमीटर प्रति घंटा (किमी/घंटा) है। अगर हम इस रफ़्तार को सेंटीमीटर प्रति सेकण्ड (सेमी/सेकेंड) में व्यक्त करना चाहें तो कितनी आयेगी?

हम जानते हैं कि

1 किलोमीटर = 1000 मीटर, व 1 मीटर = 100 सेंटीमीटर, तो 1 किलोमीटर = 1000* 100 = 100000 सेंटीमीटर , और

1 घंटा = 60 मिनट, व 1 मिनट = 60 सेकेंड, तो 1 घंटा = 60 * 60 = 3600 सेकण्ड

तो

1 किमी/घंटा = 100000/3600 सेमी/सेकण्ड

इसलिये 36 किमी/घंटा = 36 * 100000/3600 सेमी/सेकण्ड = 1000 सेमी/सेकेंड।

क्या आपको इससे कुछ अंदाजा लगता है कि क्यूं अलग-अलग परिस्थियों में अलग-अलग ईकाइयों की जरूरत पड़ती होगी?

आप इनकी रफ़्तार के लिये किस ईकाई का इस्तेमाल करेंगे

अ. कछुआ

ब. एक जेट विमान.

एक बस 6 मिनट में 4 किमी चलती है और दूसरी 10 मिनट में 3 मील। किस बस की रफ़्तार ज्यादा है? (1 मील = लगभग 1. 6 किमी )।

आपने पाकिस्तानी क्रिकेट टीम के तेज गेंदबाज़ शोऐब अख्तर का नाम तो सुना ही होगा। उन्हें रावलपींडी एक्सप्रेस के नाम से भी जाना जाता है। वह 100 मील/घंटा की रफ़्तार से गेंद फ़ेंकने का रिकार्ड बनाने की कोशिश कर रहे थे। लेकिन मैदान में रफ़्तार मापने के लिये जो यंत्र (स्पीडोमीटर) लगा हुआ था उसमें रफ़्तार किमी/घंटा में बताई जा रही था। एक ओवर में शोऐब अख़्तर ने 158. 3 किमी/घंटा, 155 किमी/घंटा, 142 किमी/घंटा, 157. 3 किमी/घंटा, 148 किमी/घंटा और 159. 2 किमी/घंटा की रफ़्तार से गेंदें डाली। क्या आपको लगता है कि शोऐब अख़्तर रिकार्ड बनाने में कामयाब हुए होंगे? पता लगाइये कि विश्वस्तर पर सबसे तेज रफ़्तार से गेंद फ़ेंकने का रिकार्ड

किसके नाम है?

**उदाहरण 9**: अभ्यास के लिये आप तालिका 2 में सुझाये गये कुछ और रूपांतरण कर सकते हैं:

तालिका 2

| **संख्या** | **बदलिये** | **को** | |
|---|---|---|---|
| 1 | सेमी/से | मी/से में | 1 मी = 100 सेमी |
| 2 | इंच/से | सेमी/से में | 1 इंच = 2.54 सेमी |
| 3 | किमी/घंटा | मी/से में | 1 किमी = 1000 मी और 1 घंटा = 3600 सेकण्ड |

विशिष्ट रफ़्तार

कछुआ : 0.1 मी/सेकण्ड

एक चलता हुआ व्यक्ति : 1.4 मी/सेकण्ड

बारिश की गिरती हुई बूंदे : 9-10 मी/सेकण्ड

दौड़ती हुई बिल्ली : 14 मी/सेकण्ड

साईकिल : 20-25 किमी/घंटा

दौड़ता हुआ चीता : 31 मी/सेकण्ड

तेज गेंदबाज की गेंद फ़ेंकने की रफ़्तार : 90-100 मील/घंटा

बैडमिंटन स्मैश : 80-90 मी/सेकण्ड

यात्री विमान : 180 मी/सेकण्ड

अंतरिक्ष यान : 5200 मी/सेकण्ड

ये एक अच्छा मौका है कि जब हम दुनिया की तमाम उन चीजों की रफ़्तार को महसूस करें जिनसे हमारा पाला आये दिन पड़ता है या जिनके बारे में हम आये दिन सुनते हैं। बायें पन्ने पर दिये गये टेबल में ऐसी ही कुछ गतियों की औसतन रफ़्तार के बारे में जानकारी है। छात्रों से इस लिस्ट में और भी चीजों को जोड़ने और उनकी रफ़्तार का अनुमान लगाने के लिये कहिये। इन जानवरों या चीजों की रफ़्तार कितनी तेज या धीमी है इसकी समझ इंसानों के चलने की रफ़्तार को संदर्भ मानकर बनाई जा सकती है। उदाहरण के तौर पर एक घरेलू बिल्ली इंसानों की चलने के रफ़्तार की

तुलना में 10 गुना तेजी से दौड़ सकती है और वहीं एक चीता 20 गुना तेजी से दौड़ सकता है। बच्चों से कहिए कि वे पता करें कि लोग कितना तेज भाग सकते हैं। क्या वे अपना पीछा करती हुई एक बिल्ली या चीता को पछाड़ पायेंगे!

एक तेज गेंदबाज की गेंद फ़ेंकने की रफ़्तार या बैडमिंटन स्मैश मे से किसकी रफ़्तार तेज है?

प्रोजेक्ट (परियोजनाएं)

1. अपने आस-पास की किसी भी ऐसी चीज को चुन लीजिये जोकि गति में हो। अमूमन ये चीज जिस रफ़्तार से चलती है, हमें उस रफ़्तार का पता लगाना है। आप चाहें तो इनमें से या इन जैसी किसी भी गति के साथ ये प्रयोग कर सकते हैं जैसे जमीन पर घिसटते हुए आपके छोटे भाई या बहन की रफ़्तार, आपके पालतू कुत्ते के भागने की रफ़्तार, आपके दोस्त के साईकिल चलाने की रफ़्तार, नहर में पानी के बहने की रफ़्तार, पेड़ से गिर रही पत्तियों की रफ़्तार वगैरह वगैरह। जिस भी चीज को आपने चुना है, उसकी रफ़्तार के अलग-अलग कई सारे माप लीजिये और उन्हें नोट करते जाइये। साथ ही जिन परिस्थितियों में ये माप लिये गये हैं, उनके बारे में भी नोट बनाते जाइये। अब इन सभी मापों का विश्लेषण कीजिये। आप चाहें तो अपने शिक्षक से कुछ मदद भी ले सकते हैं। क्या आप इस विश्लेषण से अपनी चुनी हुई चीज की रफ़्तार (आमतौर की) का पता लगा सकते हैं।

2. ऐसे ही अन्य दूसरे जानवरों की उस रफ़्तार का पता लगाइये जिनसे अमूमन वे चलते या दौड़ते हैं। रफ़्तार के बढ़ते हुए क्रम में इन जानवरों की एक सूचीचार्ट (जिसमें इंसान भी हो) बनाइये। अगर आप बढ़िया चित्रकारी करते हों तो साथ ही इन जानवरों का चित्र भी बना सकते हैं। अब पता लगाइये कि क्या शिकारी जानवर हमेशा ही अपने शिकार से तेज़ भागते हैं!

# एक पत्ती पेड़ से कैसे गिरती है?

क्या आपने कभी किसी पेड़ से एक सूखी पत्ती को गिरते हुए देखा है? अगर हवा का बहाव तेज़ ना हो तो पत्ती एक तरफ़ से दूसरी तरफ़ लहराते हुए नीचे आती है। चित्र 17 व 18 में दो अलग-अलग परिस्थितियों में एक पेड़ से पत्ती का गिरना दिखाया गया है। इन दोनों परिस्थितियों में पत्ती नीचे गिरते हुए अलग-अलग रास्ते लेती है। क्या आपको लगता है कि एक नीचे गिरते हुए पत्थर की तरह इस पत्ती के द्वारा तय किये गये रास्ते की लम्बाई निकालना आसान काम है? साफ़ ज़ाहिर है कि ऐसा करना मुश्किल होगा। तो फ़िर हम एक नीचे गिरती हुई पत्ती के द्वारा तय की गई दूरी का अंदाजा कैसे लगाएं जो पत्ती की रफ़्तार जानने के लिये जरूरी है? ऐसे मौके पर जबकि हमारा सरोकार सिर्फ़ पत्ती के नीचे की तरफ़ गिरने से है नाकि दायें-बायें लहराने की गति से, तो हम पत्ती के लहराने को अनदेखा कर देते हैं। उस ऊंचाई से जहां से पत्ती गिरी है, वहां से सीधे नीची की तरफ़ जितनी भी दूरी हो उसे पत्ती के द्वारा नीचे आने तक लिये गये समय से भाग देने पर जो मात्रा हमें मिलती है हम उसे पत्ती की औसत रफ़्तार मान लेते हैं। अगर पत्ती का लहराना ज्यादा ना हो तो ऐसा मानकर हम पत्ती की असल रफ़्तार का ठीकठाक अनुमान लगा सकते हैं। क्या आप किसी ऐसे प्रयोग के बारे में सोच सकते हैं जिससे हम इस अवधारणा की जांच-पड़ताल कर सकें?

चित्र 17 बिना हवा के गिरती पत्ती

चित्र 18 तेज हवा में गिरती पत्ती

इसी तरह किसी वास्तविक गति का विश्लेषण करते समय अकसर ही यह मान लिया जाता है कि गति एक सीधी दिशा में ही है। अन्य दिशाओं में हो रही छोटी-मोटी गति को हम नज़रअंदाज़ कर देते हैं। आगे जो उदाहरण दिया गया है उसमें भी इसी अवधारणा (अनुमान) पर बात की गई है। आप अपने साथियों के साथ इस बात पर चर्चा कर सकते हैं कि इस अवधारणा (अनुमान) के चलते मापन में कितनी त्रुटियां हुई होंगी।

## समान व असमान गतियां

ऐसा हो सकता है कि रफ़्तार मापने की इन गतिविधियों के दौरान कुछ बच्चों ने इस बात गौर किया हो कि किसी चीज की रफ़्तार मापने के दौरान शुरूआत से लेकर अंत तक रफ़्तार एक समान नहीं रहती। अगर किसी भी बच्चे के दिमाग में ये बात ना आई हो तो नीचे सुझाये गये उदाहरण की मदद से इस बात पर चर्चा कीजिये।

कल्पना कीजिये कि हम आपके घर के नजदीकी बस स्टाप से चलकर आपके स्कूल तक जाने वाली एक स्कूल बस पर लगातार नज़र रखे हुए हैं। बस स्टाप पर पहुंचती है और आप उसमें सवार हो जाते हैं। बस का ड्राईवर गियर लगाता है और बस चल पड़ती है। कुछ समय बाद बस स्कूल पहुंच जाती है, जहां ड्राईवर ब्रेक लगाकर उसे रोक देता है ताकि आप उतर सकें। अगर हम पहले बतलाई गई परिभाषा के हिसाब से चलें तो औसत रफ़्तार निकालने के लिये हमें बस के द्वारा तय की गई दूरी को स्कूल तक पहुंचने मे लगे समय से विभाजित करना होगा। लेकिन आपने शायद इस बात पर भी ध्यान दिया होगा कि जब बस चलना शुरू होती है, उसकी रफ़्तार धीमी होती है और फ़िर कुछ समय बाद रफ़्तार में तेजी आती है। इसका ठीक उल्टा बस के रूकते समय होता है। तो क्या इसका मतलब ये हुआ कि एक स्टाप से लेकर दूसरे स्टाप तक चलने की प्रक्रिया के दौरान अलग-अलग समय में बस की रफ़्तार अलग-अलग थी? अगर ऐसा है तो फ़िर इस बात का क्या मतलब हुआ कि बस फ़लां रफ़्तार से चली? और हम इसे कैसे मापते हैं?

# औसत व तात्कालिक रफ़्तार

मान लीजिये कि एक बस 30 सेकण्ड में एक सीधी रेखा में बिंदु A से बिंदु B तक चलती है (चित्र 19)। अगर दोनों बिंदुओं की बीच की दूरी 300 मीटर हो तो बस की औसत रफ़्तार हुई 300 मीटर/30 सेकण्ड = 300/30 मीटर/सेकण्ड = 10 मीटर/सेकेंड।

मान लीजिये कि हम A और B बिंदुओं के बीच के कुछ अन्य बिंदुओं पर भी समय और तय की गई दूरी को मापते हैं (चित्र 20)। इस प्रक्रिया के नतीजे टेबल 3 में दिये गये हैं, जिसमें हर एक भाग A-C, C-D, D-E इत्यादि के लिये बस की रफ़्तार निकाली गई है (तालिका 3)।

तालिका 3

| बिंदु | दूरी | समय | रफ़्तार |
|---|---|---|---|
| A-C | 20 मी | 2 से | 10 मी/से |
| C-D | 60 मी | 6 से | 10 मी/से |
| D-E | 120 मी | 12 से | 10 मी/से |
| E-B | 100 मी | 10 से | 10 मी/से |

तालिका 3 से हमें पता चलता है कि बिंदु A से बिंदु B की ही तरह हर एक भाग में भी बस की औसत रफ़्तार एकसमान (10 मी/से) रही। इसलिये ये एक समान गति का उदाहरण है। मतलब कि चलते हुए बस की रफ़्तार बदली नहीं, स्थाई रही।

अब आइये एक वैकल्पिक स्थिति पर नज़र डालें। मान लीजिये कि मापने की प्रक्रिया के नतीजे कुछ ऐसे होते जैसा कि तालिका 4 में दिखाया गया है:

तालिका 4

| **बिंदु** | **दूरी** | **समय** | **रफ़्तार** |
|---|---|---|---|
| A-C | 20 मी | 2 से | 10 मी/से |
| C-D | 60 मी | 10 से | 6 मी/से |
| D-E | 120 मी | 8 से | 15 मी/से |
| E-B | 100 मी | 10 से | 10 मी/से |

तालिका 3 की ही तरह तालिका 4 के भी आखिरी कॉलम में हर एक भाग के लिये बस की औसत रफ़्तार दी गई है। लेकिन इस दफ़े C और D बिंदुओं के बीच की 60 मी की दूरी को तय करने में बस को 10 सेकण्ड का समय लगा, जबकि पिछले दफ़े सिर्फ़ 6 सेकण्ड का समय लगा था। इसीलिये इस दफ़े C और D बिंदुओं के बीच में बस की औसत रफ़्तार 60/10 मी/से = 6 मी/से है जबकि पिछले दफ़े 10 मी/से थी। पर पिछली बार की तरह इस बार भी बस को A और B बिंदुओं के बीच की 300 मी की दूरी को तय करने में 30 सेकण्ड का समय ही लगा (तालिका 4 के समय

वाले कॉलम की सभी राशियों को जोड़कर देखिये)। शुरूआत में हमनें A और B बिंदुओं के बीच की पूरी दूरी (जिसमें भाग C-D भी आता है) के लिये बस की औसत रफ़्तार निकाली थी जोकि 10 मी/से के बराबर थी। अब एक ही भाग C-D के लिये इन दो अलग-अलग रफ़्तारों की हम कैसे व्याख्या कर सकते हैं?

असल में ये दिक्कत इसलिये आ रही है क्यूंकि शुरूआत में औसत रफ़्तार निकालते समय हमनें सिर्फ़ उस समय अंतराल को ही लिया था जितना कि बस को पूरी दूरी तय करने में लगता है। इसके परिणाम स्वरूप मिली औसत रफ़्तार (10 मी/से) के सिर्फ़ इतने ही मायने हुए कि अगर बस 10 मी/से की एक निश्चित स्थाई रफ़्तार से चलती रहे तो तो A और B बिंदुओं के बीच की पूरी दूरी को 30 सेकण्ड में तय कर लेगी। इस औसत रफ़्तार से हमें यह पता नही चलता कि A और B बिंदुओं के बीच के अलग-अलग भागों के बीच की दूरी तय करने में बस को कितना समय लगा। जैसा कि हम टेबल 4 में देख सकते हैं, ऐसा संभव है कि बस ने कुछ भागों की दूरी को पूरी दूरी की औसत रफ़्तार की तुलना में कम या ज्यादा रफ़्तार से तय किया हो। इस तरह की कोई भी गति जिसमें रफ़्तार बदलती रहती है असमान गति कहलाती है।

आप ये सवाल पूछ सकते हैं कि सिर्फ़ इतने भागों के आधार पर यह कहना क्या सही होगा कि कोई गति असमान है या समान क्यूंकि हो सकता है कि अगर इन भागों को हम और छोटे भागों में तोड़ें तो नतीजे कुछ और ही मिलें। ये सवाल जायज़ है, हम ऐसा तब तक नहीं कह सकते जब तक हम असल में और छोटे भागों के लिये भी समय और दूरी का माप लें और रफ़्तार का विश्लेषण करें। तो ये पता लगाने का कि कोई गति समान है या नहीं, हमें उस गतिमान वस्तु की रफ़्तार की गणना छोटे भागों के लिये भी करनी होगी।

अब प्रश्न यह उठता है कि आखिर कितने छोटे भाग के लिये हम माप ले सकते हैं? आपने समय और दूरी मापने के लिए अभी तक जिन भी उपकरणों (जैसे मापनी, टेप, घड़ी, स्टाप वाच, मोबाईल इत्यादि) की मदद ली है उनके द्वारा मापे जा सकने वाली सबसे छोटी राशि के बारे में सोचिये। किसी उपकरण के द्वारा मापी जा सकने वाली सबसे छोटी राशि उसका अल्पतम माप कहलाती है। अब इस आधार पर पूछे गये सवाल का जवाब इस बात पर निर्भर करेगा कि दूरी व समय मापने के लिये आपने कितनी अल्पतम माप के उपकरणों का इस्तेमाल किया है। उदाहरण के तौर पर, अगर आप समय मापने के लिये एक ऐसी घड़ी का इस्तेमाल कर रहें हों जिसका अल्पतम माप 1 सेकण्ड ही हो तो आप उतनी ही दूरी माप सकते हैं जितनी कि किसी वस्तु के द्वारा एक सेकण्ड में तय की गई हो (यहां हम यह मानकर चल रहे हैं दूरी नापने के उपकरण द्वारा एक सेकण्ड मे तय की गई दूरी नापी जा सकती है In the original english version there is no such statement which explicitly states this assumption. I think it should be there as both time as well as distance measurement put limits on the speed measurement)। इस स्थिति में आप वस्तु के द्वारा हर एक सेकण्ड में तय की गई दूरी मापकर हर एक सेकण्ड के लिये उसकी रफ़्तार निकाल सकते हैं और देख सकते हैं कि वस्तु की गति एक लंबे समय अंतराल में समान है या नहीं। इस तरह के मामलों में, हर एक सेकण्ड में

निकाली गई रफ़्तार को हम तात्कालिक रफ़्तार कहते हैं।

अगर हमारे पास कोई ऐसा तरीका होता जिससे हम और छोटी अवधी के लिये समय को माप सकते, मान लीजिये सेकण्ड के दसवें हिस्से तक, तो उस स्थिति में हम एक सेकण्ड के दसवें हिस्से के लिये निकाली गई रफ़्तार को तात्कालिक रफ़्तार मानते। आगे इस मॉड्यूल में हम इस बात पर चर्चा करेंगे कि एक गति को किस तरह ग्राफ़ के ज़रिये दर्शाया जाये। हम देखेंगे कि कैसे दूरी–समय ग्राफ़ का इस्तेमाल करके तात्कालिक रफ़्तार निकाली जा सकती है। एक बात जो ध्यान में रखी जानी चाहिये कि चाहे कोई भी तरीका इस्तेमाल किया जाये, "तात्कालिक रफ़्तार" समय मापने के उपकरण के अल्पतम माप के लिये निकाली गई औसत रफ़्तार को दर्शाती है।

# औसत निकालना (की गणना करना)

जैसा कि पीछे दिये गये उदाहरण से जाहिर है, असमान गति से चल रही किसी वस्तु के लिये अलग-अलग भागों की रफ़्तार अलग-अलग होती है। इन अलग-अलग भागों की रफ़्तार मालूम होने के बावजूद अक्सर ही बच्चे (और बड़े भी) औसत रफ़्तार की गणना करने में गलतियां करते हैं। शिक्षक प्रशिक्षण सत्रों के दौरान हमें एहसास हुआ कि कई लोगों की समझ इस बात को लेकर स्पष्ट नहीं होती कि सरल संख्याओं के औसत निकालने और ऐसी राशियों के औसत निकालने जो किसी दर को दर्शाती हों में अंतर होता है। इस भाग में हम कुछ उदाहरणों की मदद से इसी मुद्दे पर चर्चा करेंगे। पहला उदाहरण परीक्षा में मिले अंकों व उनके प्रतिशत (जोकि एक दर को दर्शाता है, एक सौ में कितना) का है जिससे सभी बच्चे परिचित होते हैं। दूसरा उदाहरण सब्ज़ी बाज़ार में खरीददारी से जुड़ा हुआ है। अगर जरूरत लगे तो आप बच्चों के सामाजिक परिवेश से जुड़ा हुआ कोई अन्य उदाहरण भी ले सकते हैं।

नीचे दी गई संख्याओं का औसत निकालिये:
67, 55, 87, 64, 73, 42, 38।

इन संख्याओं का औसत 60.9 है। इसे निकालने के लिये आपको इन 7 संख्याओं के जोड़ को 7 से विभाजित करना होगा। अब मान लीजिये कि ये संख्याएं असल में वे अंक हैं जो निदा को अलग-अलग विषयों में हुई परीक्षा मे मिले। तालिका 5 में निदा का रिपोर्ट कार्ड दिखाया गया है।

चित्र 21: दादी माँ मेरा रिपोर्ट कार्ड देखिये।

तालिका 5

| **विषय** | **अधिकतम अंक** | **प्राप्त अंक** | **प्रतिशत** |
|---|---|---|---|
| हिंदी | 100 | 67 | 67 |
| अंग्रेजी | 100 | 55 | 55 |
| गणित | 100 | 87 | 87 |
| सामाजिक विज्ञान | 100 | 64 | 64 |
| विज्ञान | 100 | 73 | 73 |
| शिल्प | 50 | 42 | 84 |
| संगीत | 50 | 38 | 76 |

प्रतिशत के कॉलम में दिखाये गये अंक असल में ये दर्शाते हैं कि अगर किसी विषय में अधिकतम अंक 100 होते तो उस विषय में छात्र को कितने अंक मिलते। उदाहरण के तौर पर शिल्प के विषय के अधिकतम 50 अंकों में से निदा को 42 अंक मिले। अगर यही परीक्षा अधिकतम 100 (फ़िलहाल के अधिकतम अंक 50 का दुगना) अंकों के लिये होती तो निदा को 84 (42 का दुगना) अंक मिलते। ये 84 अंक शिल्प के विषय में निदा के प्रतिशत अंक दर्शाते हैं। वहीं हिंदी की परीक्षा के

प्रतिशत अंक निदा को मिले अंकों के बराबर ही हैं क्यूंकि हिंदी की परीक्षा के अधिकतम अंक पहले से ही 100 हैं। अगर एक गणितीया सूत्र की बात करें तो किसी विषय में मिले अंकों का प्रतिशत मिले अंकों को अधिकतम अंकों से विभाजित कर 100 से गुणा करके निकाला जाता है।

      मिले अंक
% =    ------- * 100
      अधिकतम अंक

अब मान लीजिये कि अगर हमें इन प्रतिशत अंकों से निदा को मिले औसत प्रतिशत (जिसे कभी गलती से कुल प्रतिशत भी कहा जाता है) अंक निकालने हों तो, हमें क्या करना होगा? क्या हम हर एक विषय में मिले अंकों के प्रतिशत को जोड़कर उनका औसत निकालें? अगर टेबल 5 में दिखाये गये अंकों के लिये हम ऐसा करें तो हमें जो उत्तर मिलेगा वह होगा 72.29। आप इन सारी गणनाओं को खुद करके जांच लें। अगर प्रतिशत के औसत को निकालने का ये तरीका सही है तो उत्तर में मिले अंक 72.29 को कुल अधिकतम अंकों से गुणा कर 100 से भाग देने पर हमें निदा के द्वारा प्राप्त किये गये कुल अंक मिलने चाहिये। परीक्षा के कुल अधिकतम अंक 600 हैं, तो (72.29*600)/100 = 72.29*6=433.74। लेकिन अगर हम तालिका 5 में दिखाये गये सभी विषयों के प्राप्त अंकों का जोड़  सिर्फ़ 426 ही निकलता है। सोचने वाली बात यह है कि हमनें इन गणनाओं को करने के दौरान कहां और क्या गलती की जो हमें यह अंतर मिल रहा है? अगर आप इन गणनाओं पर दोबारा से नज़र डालें तो आप पायेंगे कि ये गणनाएं  प्रतिशत (जोकि एक दर है) को एक सरल संख्या की तरह मान कर की गई हैं। और यही गलती अकसर ही बच्चे करते हैं। दरअसल, ऐसी संख्याएं जो किसी दर को दर्शाती हों उनका औसत निकालने के लिये  अंश और हरों की संख्याओं को अलग-अलग जोड़ना चाहिये और फ़िर उनका अनुपात निकाला जाना चाहिये। आप ऐसे अलग-अलग अंकों का औसत निकालने की कोशिश कर सकते हैं जोकि दर को दर्शाते हों।  ऐसा ही एक और उदाहरण हम नीचे दे रहे हैं।

मान लीजिये आपके पिताजी बाज़ार में आलू खरीदने के लिये गये। एक दुकानदार से उन्होंने 6 किलो आलू 6 रुपये/किलो की दर से लिए और एक अन्य दुकान से अलग किस्म के 2 किलो आलू 10 रुपये/किलो की दर से लिए। तो बताइये आपके पिताजी ने बाज़ार में आलू कितने की औसत दर से खरीदा?

छात्र अगर ये सवाल ना कर पायें तो आप उनके लिये इसे हल करें।

चित्र: बाज़ार में आलू खरीदना

आपके पिताजी ने एक किस्म के 6 किलो आलू 6 रुपये/किलो की दर से लिए और एक दूसरी किस्म के 2 किलो आलू 10 रुपये/किलो की दर से लिए, और अब आप ये पता लगाना चाहते हैं कि औसतन प्रति किलो आलू के लिये आपके पिताजी ने कितने रुपये खर्च किये - यानि कि प्रति किलो आलू की औसत दर क्या है? अगर हम दोनों किस्मों के आलूओं की दर को सरल अंक

मानते हुए उनका औसत निकाले तो प्रति किलो आलू की कीमत 8 रुपये आएगी। आपके पिताजी ने कुला मिलाकर 8 किलो आलू लिये तो 8 रुपये की औसत दर के हिसाब से उन्होंने 64 (8*8) रुपये खर्च किये होंगे। लेकिन असल में तो उन्होंने सिर्फ़ 6*6+10*2=56 रुपये ही खर्च किये। इस गड़बड़ी का कारण क्या है?

चलिये हम गणनाओं को अलग तरह से करते हैं। इस दफ़े पहले हम ये निकालेंगे कि आलू खरीदने के लिये पिताजी ने कुल कितने रुपये खर्च किये। पहली दुकान में 36 रुपये और दूसरी में 20 रुपये, तो कुल मिलाकर 56 रुपये। अब इन कुल खर्च किये गये रुपयों को कुल मिलाकर जितने किलो आलू खरीदे गये (6+2=8 किलो) उनसे भाग दिजिये। हमनें देखा कि कुल 8 किलो आलू खरीदने के लिये कुल मिलाकर 56 रूपये खर्च किये गये। 56 रुपये को 8 किलो से भाग देने पर हमें आलू खरीदने की औसत दर 7 रुपये/किलो मिलती है। दरों का औसत निकालने का यह ही सही तरीका है।

किसी गतिमान चीज की औसत रफ़्तार निकालते समय भी यह बात ध्यान में रखनी चाहिये कि असल में रफ़्तार एक दर को दर्शाती है। इसीलिये रफ़्तार का औसत सीधे-सीधे नहीं निकाला जा सकता। बल्कि औसत रफ़्तार निकालने के लिये पहले तय की गई कुल दूरी और उसे तय करने में लगा कुल समय निकाला जाता है और फ़िर इन दोनों मात्राओं का अनुपात निकाला जाता है।

उदाहरणः मान लीजिये कि एक कार 30 किमी/घंटा की समान रफ़्तार से 180 किमी का सफ़र तय करती है और फ़िर उसके बाद के 225 किमी 55 किमी/घंटा की समान रफ़्तार से। तब हम कार की औसत रफ़्तार इस तरह निकालेंगेः

तय की गई कुल दूरीः 180 किमी + 225 किमी = 400 किमी
कुल समयः (180 किमी / 30 किमी/घंटा + 225 किमी / 55 किमी/घंटा)
= (180/30+ 225/55) घंटे
= (6+4) घंटे = 10 घंटे

तय की गई कुल दूरी और लगे हुए कुल समय के हिसाब से औसत रफ़्तार होगी = (400/10) किमी/घंटा = 40 किमी/घंटा

**स्पीडोमीटर**

किसी चलती हुई चीज की औसत रफ़्तार निकालने के लिये हमनें जिस तरीके पर चर्चा की उसमें समय और दूरी को मापने की जरूरत पड़ती है। लेकिन एक गाड़ी चला रहे ड्राईवर को तो बस अपने सामने के पैनल पर लगे चित्र 24 में दिखाये गये जैसे एक यंत्र को ही देखना होता है। किसी घड़ी की तरह दिखने वाला यह यंत्र स्पीडोमीटर कहलाता है जिसे देखने से ड्राईवर को गाड़ी की तात्कालिक रफ़्तार किमी/घंटा की इकाई में पता चल जाती है। लेकिन अब सवाल यह उठता है कि आखिर एक स्पीडोमीटर रफ़्तार मापता कैसे है? दरअसल गाड़ी के पहियों पर कुछ ऐसे संवेदक (sensors) लगे होते हैं जिनका काम इस बात का हिसाब रखना होता है कि एक पहिया अपनी धुरी पर हर सेकण्ड कितने चक्कर लगाता है। इन चक्करों की गिनती और पहिये के व्यास (diameter) के आधार पर प्रति सेकण्ड गाड़ी की रफ़्तार निकाली जाती है। हालांकि पैनल पर गाड़ी की रफ़्तार किमी/घंटा में दिखाई जाती है।

अलग-अलग तरह की गाड़ियों जैसे बस, कार, मोटरसाईकिल वगैरह में लगे स्पीडोमीटर को देखिये और उनकी तुलना कीजिये। क्या आपको उनमें कोई फर्क नज़र आता है? क्या

उदाहरण 11: राधिका अपने घर से शबाना के घर तक पैदल चलकर जाती है और फ़िर वहां से दोनों एक साईकिल पर बाज़ार जाते हैं किताब खरीदने के लिये। किताब खरीदने के बाद राधिका दुकान से ही शबाना से विदा लेकर पैदल अपने घर वापिस आ जाती है। आप अपने हिसाब से तालिका 6 में जो दूरी और समय अंतराल के कॉलम को भरिये, इकाई को लिखना ना भूलें। इन संख्याओं के आधार पर राधिका की पूरी यात्रा की औसत रफ़्तार निकालिये।

चित्र 23. बाज़ार का एक चक्कर

तालिका 6

| **क्रम संख्या** | **कहां से कहां तक** | **तय की गई दूरी** | **लिया गया समय** | **औसत रफ़्तार** |
|---|---|---|---|---|
| 1 | राधिका के घर से शबाना के घर तक | | | |
| 2 | शबाना के घर से किताब की दुकान तक | | | |
| 3 | किताब की दुकान से राधिका के घर तक | | | |

गांव के बच्चे एक खेल बड़े ही उत्साह से खेलते हैं। एक साईकिल के टायर को किसी पतली डंडी से धकेलकर उसे घुमाते हुए, उसके पीछे-पीछे भागते जाते हैं। अगर टायर का व्यास 40 सेमी का हो और वह हरएक सेकण्ड में 10 दफ़े घूमता हो तो उसकी रफ़्तार क्या होगी?

चित्र 25: टायर दौड़ाता हुआ सोनू
संकेत: अपने एक चक्कर में टायर के द्वारा तय की गई दूरी उसकी परिधी के बराबर होगी। टायर की परिधी उसके व्यास का लगभग 3.14 गुना होती है।

## चौराहा

इस बिंदु पर आगे की बातचीत कई दिशाओं में आगे बढ़ सकती है। बच्चों की पृष्ठभूमि के आधार पर आप चाहें तो अगले पन्ने पर सुझाये गये उस अनुभाग पर बातचीत कर सकते हैं जिसमें गति के ग्राफ़िकल निरूपण पर चर्चा है या कि इस माड्यूल में आगे की तरफ़ दिये गये एक आयामी गति के त्वरण (acceleration in one dimensional motion) के विषय को उठा सकते हैं। आप इन दोनों में से किसी भी एक को लेकर चर्चा शुरू कर सकते हैं, लेकिन हमारी सलाह होगी कि आप इन दोनों ही अनुभागों पर चर्चा करें। गति के सदिश निरूपण (वेग इत्यादि) पर चर्चा इस शृंखला के अगले माड्यूल में होगी।

### ग्राफ़िकल निरूपण

कहते हैं कि हजारों शब्द मिलकर भी उतना कुछ नहीं कह पाते जितना कि एक तस्वीर।

अब मान लीजिये कि एक ऐसा व्यक्ति है जिसने कभी गेंद नहीं देखी है और आपको उसे ये समझाना हो कि आखिर गेंद होती क्या है तो आप चित्र 26 में दिखाये गये दो तरीकों में से किसे चुनेंगे? चित्र में बाईं तरफ़ गेंद की एक तस्वीर है और दाईं तरफ़ गेंद को परिभाषित करता हुआ एक पूरा पैराग्राफ़।

अकसर ही जानकारी बांटनें के लिये चित्रों का इस्तेमाल होता है। ग्राफ़ भी ऐसे ही चित्र होते हैं जोकि संख्यात्मक डेटा को दर्शाते हैं। क्या आपने कभी टीवी पर क्रिकेट का मैच देखा है? अकसर ही रन बनाने की रफ़्तार को ग्राफ़ से दर्शाया जाता है। आपको क्या लगता है कि इस तरह से डेटा को दर्शाने के क्या फ़ायदे होते होंगे? क्या आप समझते हैं कि ग्राफ़ की मदद से किसी वस्तु की चाल या गति को भी दर्शाया जा सकता है?

अगर आपने इससे पहले ग्राफ़ पर कभी कुछ भी नहीं पढ़ा तो हमारा सुझाव होगा कि आप परिशिष्ठ 2 को पढ़कर ही आगे बढ़ें।

अलग-अलग तरह के ग्राफ़ के नमूने

माध्यमिक विद्यालय में इंटरनेट उपयोग

भारत-पाकिस्तान क्रिकेट मैच का स्कोर

किसी कम्पनी की पिछले दशक में बढ़त दिखाता एक ग्राफ़

पसंदीदा फ़िल्म शैली

हृदय की मांसपेशी के द्वारा उत्पन्न विद्युत स्पंद दिखाता एक इलेक्ट्रो-कारडियोग्राम (ECG)

विभिन्न आय समूहों में पानी का उपयोग

**उदाहरण 12**: एक दफ़े मैं और मेरी दोस्त रितु एक पुराने महल में घूमने गये। उस महल के बड़े से हाल के फ़र्श पर टाइल्स लगी हुई थीं। मैंने अपनी दोस्त रितु से एक सीधी रेखा में आगे बढ़ते हुए धीरे-धीरे चलने को कहा। जैसे-जैसे रितु हर टाइल को पार करती जाती मैं स्टापवाच की मदद से वह समय नोट कर लेती। इस तरह मुझे जो जानकारी मिली (डेटा मिला) वह तालिका 7 में दी गई है।

इस तालिका से मैं क्या जान सकती हूं? आप गौर करें तो देखेंगे कि पहली टाइल को पार करने में 1.25 सेकण्ड का समय लगा। अब अगर मुझे ये जानना हो कि दूसरी टाइल को पार करने में कितना समय लगा तो मुझे दूसरी टाइल के संगत जो समय स्टापवाच से नोट किया है उसे समय की पिछ्ली रिडिंग से घटाना होगा। तो इस तरह दूसरी टाइल को पार करने में रितु को (2.4–1.25 = 1.15 सेकेंड) का समय लगा। ठीक इसी तरह मैं वह समय निकाल सकती हूं जोकि रितु को हर एक टाइल को पार करने में लगा। तालिका 8 में यही दर्शाया गया है।

तालिका 7

| टाइल | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| दूरी (मी) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| समय (से) | 1.25 | 2.4 | 3.4 | 4.2 | 5.0 | 5.7 | 6.5 | 7.3 | 8.0 | 8.8 | 9.6 | 10.4 | 11.3. | 12.6 |

हर एक टाइल को पार करने में लगे समय से टाइल की लम्बाई को भाग देकर उस टाइल को पार करते हुए रितु की औसत रफ़्तार निकालिये। आपकी गणनाओं के हिसाब से हाल में लगी टाइल्स को पार करते हुए रितु की चाल के बारे में आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

तालिका 8

| टाइल | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| दूरी (मी) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| समय (से) | 1.25 | 2.4 | 3.4 | 4.2 | 5.0 | 5.7 | 6.5 | 7.3 | 8.0 | 8.8 | 9.6 | 10.4 | 11.3. | 12.6 |
| हर एक टाइल को पार करने में लगा समय (से) | 1.25 | 1.15 | 1.00 | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.9 | 1.3 |

रितु की चाल का विश्लेषण मैं एक ग्राफ़ के जरिये भी कर सकती हूं। ऐसा करने के लिये मैंने टाइल नम्बर को अक्ष x (x-axis) व टाइल को पार करने में लगे समय को अक्ष y (y-axis) पर दर्शाया है (चित्र 29)।

चित्र 29:हर एक टाइल को पार करने में लगा समय

क्यूंकि मुझे हर एक टाइल की लम्बाई भी पता है तो मैं समय-दूरी का भी ग्राफ़ बना सकती हूं (चित्र 30)।

चित्र 30: हाल में लगी टाइलों को पार करने में रितु को लगा कुल समय

ग्राफ़ को ध्यान से देखने से मुझे साफ़ पता चलता है कि ग्राफ़ में दिखाये गये बिंदु एक सीधी लाइन में नहीं हैं। इसका मतलब यह हुआ कि हर एक टाइल को पार करने में लगा समय अलग-अलग है। यह बात टेबल 8 और चित्र 29 से भी जाहिर है। लेकिन सभी टाइलों को पार करने में रितु अगर एक बराबर समय लेती तब उस स्थिति में ग्राफ़ के सभी बिंदु एक सीधी लाइन में होते। क्या आप सोच सकते हैं कि ऐसा क्यूं होगा?

एक ग्राफ़ को देखते हुए या उसकी व्याख्या करते समय कई दफ़े छात्र ग्राफ़ में दिखने वाली लाइनों को उस वास्तिवक परिस्थिति का चित्र मान बैठते हैं जिसे समझने की कोशिश ग्राफ़ में की जा रही है। यह भ्रम छात्रों के बीच व्यापक तौर से पाया जाता है। उदाहरण के तौर पर चित्र 30 में दिखाये गये ग्राफ़ को देखकर कई छात्रों को ऐसा लग सकता है कि ग्राफ़ में दिखाई गई लाइन हाल के उस पथ को दिखा रही है जिस पर रितु चली। ये जानने के लिये कि बच्चे वास्तव में इस भ्रम से ग्रसित हैं या नहीं आप एक कागज पर चित्र 31 में दिखाये अनुसार चौकोर खानों का एक ग्रिड बनाकर बच्चों से रितु के द्वारा तय किया पथ दर्शाने के लिये कह सकते हैं। इसके बाद आप ग्राफ़ और रेखाचित्र के बीच फ़र्क समझाते हुए चर्चा कर सकते हैं। चित्र 31 में दिखाये अनुसार जिस पथ पर रितु असल में चली वह किसी जगह/स्थान में उसकी स्थितियां दर्शाता है। जबकि एक ग्राफ़ में (चित्र 32) इन अलग-अलग स्थितियों के बीच की दूरी का मान दिखाया जाता है।

चित्र 31: हाल में रितु के रास्ते को दिखाता एक रेखाचित्र

चित्र 32: रितु की हाल में हुई गति को दर्शाता एक दूरी-समय ग्राफ़

ग्राफ़ और रेखाचित्र को एक ही समझना बहुत बड़ी भूल है। याद रखिये कि ग्राफ़ कोई नक्शा नहीं है। एक ग्राफ़ अंकों की एक तस्वीर पेश करता है नाकि चीजों की।

**उदाहरण 13**: बगल में दिखाये गये चित्र 33 में कई ग्राफ़ एक साथ दिखाये गये हैं। ये ग्राफ़ तीन अलग-अलग वस्तुओं की चाल को समय दूरी-समय ग्राफ़ की मदद से दर्शा रहे हैं। समय को अक्ष x (x-axis) में दर्शाया गया है व शुरूआती बिंदु के सापेक्ष वस्तु की स्थिति को अक्ष y (y-axis)

पर दिखाया गया है। क्या इन ग्राफ़ों को देखकर आप बता सकते हैं कि कौन सा ग्राफ़ एक समान गति को दर्शाता है।

चित्र 33: तीन अलग-अलग वस्तुओं की गति को दर्शाता दूरी-समय ग्राफ़

चलिये समझने की कोशिश करते हैं कि एक दूरी-समय ग्राफ़ की मदद से हम और क्या जानकारी हासिल कर सकते हैं। आइये सबसे पहले हम चित्र 34 में दिखाये गये ग्राफ़ पर नज़र डालें। इस चित्र में तीन अलग-अलग कारों की स्थितियों को अलग-अलग समय में दिखाया गया है।

इस ग्राफ़ को देखकर हम क्या अनुमान लगा सकते हैं? सबसे पहले अगर हम गौर करें तो पायेंगे कि तीसरी कार की स्थिति में समय के साथ कोई भी बदलाव नहीं आ रहा है और यह कार एक ही जगह पर खड़ी हुई है। इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि अगर हमें दूरी-समय ग्राफ़ में एक ऐसी सीधी रेखा दिखाई दे, जोकि समय के अक्ष के समानांतर हो तो उसका मतलब हुआ कि वह लाइन एक ऐसी वस्तु के लिये है जो स्थिर है।

आइये अब नज़र डालें पहली कार के ग्राफ़ पर। तीसरी कार के ग्राफ़ की तरह इस कार का ग्राफ़ भी एक सीधी रेखा में तो है पर समय के अक्ष के समानांतर नहीं है। चलिये हम इस कार के लिये जो डेटा-बिंदु ग्राफ़ में दिखाये गये हैं उन्हें पढ़ने की कोशिश करते हैं। क्या आप 30 मिनट, 60 मिनट व 90 मिनट तक पहली कार के द्वारा तय की गई दूरी बता सकते हैं? ग्राफ़ के मुताबिक ये दूरियां हैं 25 किमी, 50 किमी व 75 किमी। अगर आप थोड़ी गणनाएं करें तो आप जानेंगे कि हर 30 मिनट में कार ने 25 किमी की दूरी तय की है। अगर हम किसी भी दो बिंदुओं के बीच की औसत रफ़्तार निकालें तो जो रफ़्तार हमें मिलेगी वह होगी 50 किमी/घंटा (इस गणना के लिये आपको समय की मिनट की इकाई को घंटे की इकाई में बदलना होगा)। इसका यह मतलब हुआ कि पहली कार समान रफ़्तार से चल रही है।

अगर हम ऐसी ही गणनाएं दूसरी कार के लिये करें तो पायेंगे कि पहली कार की तरह दूसरी कार भी समान रफ़्तार से चल रही है लेकिन उसकी औसत रफ़्तार 60 किमी/घंटा है। दरअसल, इस तरह की किसी भी सीधी रेखा का यह गुण होता है कि अक्ष y की दिशा में होने वाली बढ़त व अक्ष x की दिशा में होने वाली बढ़त का अनुपात किसी हमेशा बराबर बना रहता है। इसका सीधा-सीधा मतलब यह हुआ कि दूरी-समय ग्राफ़ में इस तरह की सीधी रेखा एक समान गति को दर्शाती है।

एक बात और जो ग्राफ़ को देखने से पता चलती है कि दूसरी कार के ग्राफ़ की रेखा पहली कार की रेखा के मुकाबले अक्ष y यानि (दूरी के अक्ष) की तरफ़ ज्यादा झुकी हुई है। इसका मतलब हुआ कि एक बराबर समय अंतराल के लिये दूसरी कार पहली कार की तुलना में ज्यादा दूरी तय कर रही है। जोकि दर्शाता है कि दूसरी कार की रफ़्तार पहली कार से ज्यादा है। इससे यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि दूरी-समय ग्राफ़ में एक सीधी रेखा दूरी के अक्ष की तरफ़ जितनी ज्यादा झुकी हुई होगी, उसकी रफ़्तार भी उतनी ही ज्यादा होगी। एक अक्ष की तरफ़ झुकाव को गणितीय भाषा में

ढ़लान (स्लोप) कहते । इस ढ़लान की गणना करने का तरीका नीचे बाक्स में दर्शाया गया है।

ग्राफ़ में दर्शायी गई एक सीधी रेखा की ढ़लान = अक्ष y की दिशा में हुआ बदलाव/अक्ष x की दिशा में हुआ बदलाव

किसी भी सीधी रेखा की ढ़लान (स्लोप) अक्ष y व अक्ष x की दिशा में हुए बदलावों के अनुपात के बराबर होता है। उदाहरण के लिये अगर अक्ष x में हुआ बदलाव 10 ईकाईयों के बराबर है व उसके समरूप अक्ष y में हुआ बदलाव 20 ईकाईयों के बराबर हो तो ढ़लान 20/10 = 2 होगी। इसी तरह, एक दूरी–समय ग्राफ़ में दर्शायी गई एक सीधी रेखा की ढलान दूरी के अक्ष की दिशा में हुए बदलाव व समय के अक्ष की दिशा में हुए बदलाव के अनुपात के बराबर होगी। हम ये पहले ही देख चुके हैं कि दूरी व समय का अनुपात औसत रफ़्तार को दर्शाता है। इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि दूरी–समय ग्राफ़ में किसी चीज से जुड़ी एक सीधी रेखा की ढ़लान उसकी औसत रफ़्तार के बराबर होती है।

दूरी–समय ग्राफ़ में समय के अक्ष के समानांतर एक सीधी रेखा समय के अक्ष के साथ शून्य डिग्री का कोण बनाती है। साफ़ ज़ाहिर है इस तरह की किसी भी रेखा की ढ़लान शून्य होगी। जिसके चलते उस वस्तु की औसत रफ़्तार भी शून्य ही होगी जिसकी गति वह सीधी रेखा दर्शा रही हो।

आप पूछ सकते हैं कि किस परिस्थिति में दूरी–समय ग्राफ़ एक सीधी रेखा नहीं होगा? अगर हम ऊपर सुझाई गई दलील का सहारा लें, तो कह सकते हैं कि ऐसा तब होगा जब समान समय अंतराल के लिये तय की गई दूरियां अलग–अलग हों। रफ़्तार के मामले में इसके मायने हुए कि ऐसी परिस्थिति में अलग–अलग समय में रफ़्तार भी अलग–अलग होगी –– यानि कि रफ़्तार असमान होगी। आपने इस बात का अनुभव किया होगा कि रोजमर्रा की ज्यादातर गतियां असमान होती हैं। क्यूंकि ये गतियां हमारे रोजमर्रा के जीवन से जुड़ी हुई हैं इसलिये इनके बारे में जानकारी (डेटा) इकठ्ठा करना भी इतना मुश्किल काम नहीं। ऐसा ही एक उदाहरण जो हम यहां सबसे पहले ले रहे हैं राशिद की रेलगाड़ी की यात्रा से जुड़ा हुआ है।

एक दफ़े राशिद ने रेलगाड़ी से होशंगाबाद से पवारखेड़ा तक का सफ़र किया। पटरी के किनारे–किनारे एक निश्चित अंतराल में टेलीफ़ोन की तार को सहारा देते खम्बे लगाये गये थे। हर 2 मिनट में पार हुए खम्बों की गिनती करके राशिद ने अंदाजा लगाया कि रेलगाड़ी ने उस 2 मिनट में कितनी दूरी तय की। उसने अपनी गणनाओं के आधार पर रेलग़ाड़ी के होशंगाबाद से पवारखेड़ा तक के सफ़र का एक दूरी–समय ग्राफ़ बनाया (चित्र 35)। आप चित्र 35 में दिखाये गये ग्राफ़ को पढ़कर हर 2 मिनट में रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी को नीचे दी गई तालिका में भरिये।

तालिका 9

| **लगा समय (मिनट में)** | **तय की गई दूरी (मीटर में)** |
| --- | --- |

चित्र 35 होशंगाबाद से पवारखेड़ा के बीच चलने वाली एक ट्रेन के द्वारा तय की गई दूरी बनाम समय

राशिद जिस रेलग़ाड़ी से सफ़र कर रहा था क्या उसने समान समय अंतराल में एक समान दूरियां तय की? ग्राफ़ का कौन सा हिस्सा बदलती हुई गति यानि कि असमान गति को दर्शा रहा है? क्या ग्राफ़ के किसी हिस्से को देखकर कहा जा सकता है कि रेलगाड़ी उस हिस्से में समान गति से चली? ग्राफ़ के किस हिस्से को देखकर पता चलता है कि रेलगाड़ी स्थिर खड़ी हुई है?

ग्राफ़ के उन हिस्सों पर गौर कीजिये जो समान व असमान गति को दर्शाते हों। दूरी-समय ग्राफ़ के किसी हिस्से का ग्राफ़ एक सीधी रेखा ना होकर घुमावदार (वक्र) होना यह दिखाता है कि उस हिस्से में वस्तु की गति लगातार बदल रही है। ग्राफ़ पर दर्शाये गये बिंदुओं A व B के बीच की औसत रफ़्तार के पेटर्न को देखिये। ग्राफ़ का यह घुमावदार (वक्र) हिस्सा दर्शाता है कि होशंगाबाद स्टेशन से छूटने के बाद रेलगाड़ी की रफ़्तार लगातार बढ़ रही है। बिंदुओं B व C के बीच, ग्राफ़ एक सीधी रेखा है, जिसका मतलब यह हुआ कि इस हिस्से में रेलगाड़ी की रफ़्तार समान बनी रही। आगे बिंदुओं C व D के बीच हमें ग्राफ़ का दूसरा घुमावदार (वक्र) हिस्सा मिलता है। अगर हम इस हिस्से को 2 मिनट के अंतराल में देखें तो पायेंगे कि इस हिस्से में रेलगाड़ी की रफ़्तार एक समान नहीं है बल्कि लगातार घट रही है।

1. $t=0$ मिनट से लेकर $t=6$ मिनट की समय अवधी के लिये रेलगाड़ी की औसत रफ़्तार क्या है?
2. $t=4$ मिनट से लेकर $t=14$ मिनट की समय अवधी के लिये रेलगाड़ी की औसत रफ़्तार क्या है?

अभी तक हमनें एक ग्राफ़ की मदद से दिये गये समय अंतराल के लिये तय की दूरी के आधार पर ढ़लान (स्लोप) की गणना कर उस समय अंतराल के लिये औसत रफ़्तार का अंदाजा लगाया है। क्या हम औसत रफ़्तार की ही तरह एक ग्राफ़ की मदद से तात्कालिक रफ़्तार निकाल सकते हैं? अगर आपको याद हो तो तात्कालिक रफ़्तार मापे जा सकने वाले अल्पतम समय-अंतराल के लिये निकाली गई रफ़्तार (औसत ?) को दर्शाती है।

चित्र 36: तात्कालिक रफ़्तार निकालने के लिये दूरी-समय ग्राफ़ में ढ़लान (स्लोप) की गणना

तात्कालिक रफ़्तार की परिभाषा को अगर किसी दूरी-समय ग्राफ़ पर लागू किया जाये तो हम एक बहुत ही छोटे समय-अंतराल के लिये ढ़लान (स्लोप) की गणना कर सकते हैं।

चित्र 36 में एक गति के लिये समय-दूरी ग्राफ़ दिखाया गया है। इस ग्राफ़ में समय $t=6$ मिनट के लिये एक बिंदु P दर्शाया गया है। अगर इस बिंदु P के दोनों ओर ग्राफ़ पर 2 बिंदु लिये जायें तो ज़ाहिर है इन दो बिंदुओं को जोड़ने वाली सीधी रेखा ग्राफ़ की घुमावदार (वक्र) रेखा से अलग होगी। परंतु अगर बिंदु P के दोनों ओर के इन 2 बिंदुओं को और पास ले आयें तो हम देखेंगे कि बिंदुओं को जोड़ने वाली सीधी रेखा ग्राफ़ की घुमावदार (वक्र) रेखा के करीब आ गई है। इसी तरह अगर

इन दो बिंदुओं को काफ़ी नजदीक ले आया जाये तो बिंदुओं को जोड़ने वाली सीधी रेखा व ग्राफ़ के बीच भेद कर पाना मुश्किल होगा। ऐसी स्थिती में क्या हम बिंदु P के दोनों ओर के इन दो बिंदुओं (जैसे मान लीजिये t = 5.5 मिनट व t = 6.5 मिनट) के बीच की औसत रफ़्तार को इन दोनों बिंदुओं को जोड़ने वाली रेखा की ढ़लान के बराबर मान सकते हैं? हम इस रेखा की ढ़लान को इन दो बिंदुओं के बीच के बिंदु, t = 6 मिनट, की रफ़्तार या तात्कालिक रफ़्तार कह सकते हैं।

इस प्रकार, एक समय विशेष पर तात्कालिक रफ़्तार एक समय-अंतराल की औसत रफ़्तार के बराबर मानी जा सकती है, बशर्ते:

1. वह समय विशेष उस समय-अंतराल में ही पड़ता हो (जैसे t = 6 मिनट, t = 5.5 मिनट व t = 6.5 मिनट के समय अंतराल में है)
2. समय-अंतराल की औसत रफ़्तार इतने करीब के दो बिंदुओं के लिये निकाली गई हो कि इन्हें और भी नजदीक लाने पर औसत रफ़्तार के मान में कोई बड़ा अंतर ना आये।

अगर दो बिंदुओं के बीच की दूरी इतनी कम कर दी जाये कि वो बिंदु दो ना दिखकर एक ही प्रतीत हों, तो इन दो बिंदुओं को जोड़ने वाली रेखा ऐसी दिखेगी कि मानो वो वक्र को बस छूकर गुजर गई है। ऐसी रेखा बिंदु पर स्पर्श रेखा (Tangent) कहलाती है।

अब शायद आप दोबारा ग्राफ़ पर जाकर 6वें, 12वें व 18वें मिनट के लिये राशिद की रफ़्तार निकालना चाहेंगे।

मान लीजिये कि आपको एक ढ़लान लुढ़कती हुई गेंद का दूरी-समय आलेख दिया गया है (चित्र 37 आलेख की ही तरह)। क्या आप सिर्फ़ इसे देखकर ही यह बतला सकते हैं कि गेंद की रफ़्तार घट रही है, बढ़ रही है या समान है?

आलेख के कुछ बिंदुओं पर स्पर्श-रेखा बनाईये। ध्यान रहे कि हमने अभी ही इस बात पर चर्चा की है कि हम करीब के दो बिंदुओं की ढ़लान की जगह स्पर्श-रेखा की ढ़लान से काम चला सकते हैं। अब इन स्पर्श-रेखाओं की ढ़लानों की तुलना कीजिये। बिंदु A से होकर गुजरने वाली स्पर्श रेखा बिंदु B व अन्य बिंदुओं की स्पर्श-रेखा की तुलना में x-अक्ष (समय के अक्ष) की तरफ ज्यादा झुकी हुई है। इस तरह आप देखेंगे कि स्पर्श रेखाओं की ढ़लान बिंदु A से C व उससे भी आगे जाने पर लगातार बढ़ रही है। जिसका मतलब हुआ कि गेंद की तात्कालिक रफ़्तार, जिसे हम स्पर्श-रेखा की ढ़लान के बराबर लेते हैं, लगातार बढ़ रही है।

चित्र 37: असमान गति की व्याख्या करने के लिये दूरी-समय आलेख के कई बिंदुओं पर ढ़लान की गणना करना

इसी तरह अगर आप ऐसी कार के लिये दूरी-समय आलेख बनाये जिसे रोकने के लिये ब्रेक लगाया

गया हो तो आप पायेंगे कि समय के अक्ष पर आगे बढ़ते हुए आलेख के बिंदुओं की ढ़लान कम होती जाती है। इसलिये आप कह सकते हैं कि कार की रफ़्तार कम हो रही है (चित्र 38)।

चित्र 38: ब्रेक लगाने से रूकती हुई कार के दूरी-समय आलेख के बिंदुओं पर ढ़लान की गणना करना

हमने देखा कि एक असमान गति के लिये दूरी-समय आलेख की मदद से हम यह जानकारी निकाल सकते हैं कि रफ़्तार कैसे से बदल रही है। लेकिन इतनी मेहनत करने से शायद बेहतर है कि सीधे रफ़्तार-समय आलेख ही बना लिया जाये।

पारंपरिक तौर पर एक रफ़्तार-समय आलेख में तात्कालिक रफ़्तार को खड़ी रेखा पर (y-अक्ष) व समय को (x-अक्ष) पर दर्शाते हैं। तालिका 10 में एक ऐसी वस्तु के लिये दूरी व रफ़्तार से जुड़े आंकड़े दिये गये हैं जो बिना किसी अवरोध के सीधे नीचे की ओर गिर रही है। चित्र 39 व 40 में इन आंकड़ों के आधार पर तैयार किये गये क्रमशः दूरी-समय व रफ़्तार-समय आलेख दर्शाये गये हैं।

तालिका 10

| **आंकड़े** | **समय (से)** | **शुरुआती बिंदु से दूरी (मी)** | **तात्कालिक रफ़्तार (मी/से)** |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 | 10 |
| 2 | 2 | 20 | 20 |
| 3 | 3 | 45 | 30 |
| 4 | 4 | 80 | 40 |
| 5 | 5 | 125 | 50 |

अगर आप गति को आलेखों की मदद से दर्शाने के बारे में और भी कुछ पता करना चाहते हैं तो परिशिष्ट 2 में दी गई सामग्री का इस्तेमाल कर सकते हैं। छात्रों को दो अलग-अलग तरह के रफ़्तार-समय आलेख दिखाते हुए उनका परिचय त्वरण की अवधारणा से करवाया जा सकता है। लेकिन अगर आप आलेखों का इस्तेमाल ना करना चाहें तो आप औसत-रफ़्तार की चर्चा के बाद सीधे अगले पेज पर दिये गये अनुभाग में जा सकते हैं।

## गति का पूर्वानुमान

अब तक हमनें किसी वस्तु की गति की व्याख्या करने के दो तरीके अपनाये हैं; पहला: अलग-अलग समय में उसकी स्थिती या रफ़्तार के आंकड़ों के द्वारा, व दूसरा: उन्हीं आंकड़ों को आलेखों

की मदद से दर्शाकर। अभी तक तो यह ठीक है। लेकिन हमें याद रखना चाहिये कि विज्ञान का एक मकसद यह भी होता है कि अगर प्रारंभिक स्थितियों की जानकारी हो तो पूर्वानुमान लगाया जाये कि एक प्रक्रिया समय के साथ कैसे विकसित होगी। अगर आपके दिमाग में यह प्रश्न उठ रहा है कि किसी वस्तु की गति के संदर्भ में पूर्वानुमान लगाने की यह जरूरत कहां पड़ेगी तो जरा हमारे विशाल रेलवे तंत्र के बारे में सोचिये। अगर हम किसी ट्रेन की स्थिति की अलग-अलग समय गणना करने में समर्थ ना हों तो एक ही ट्रैक पर चल रही कई गाड़ियों के बीच समन्वय कैसे बनायेंगे? क्या आप ऐसे और उदाहरण सोच सकते हैं?

अब तक छात्रों के बीच अपने आस-पास की घटनाओं से जुड़ी गति को परिमाणित करने की कुछ समझ बन चुकी होगी। अब छात्रों से यह समझ भी बांटी जा सकती है कि हम कैसे किसी कुदरती प्रक्रिया की उचित गणितीय समीकरणों से व्याख्या कर सकते हैं। विज्ञान के क्षेत्र में इस्तेमाल किया जाना वाला यह एक बहुत ही महत्वपूर्ण तरीका है। चूंकि इस माड्यूल में चर्चा एक आयामिय गति तक ही सीमित है इसलिये इन समीकरणों का अदिश रूप में ही वर्णन किया गया है।

चित्र 44ः गति में कई वस्तुएं

एक उदाहरण के तौर पर हम उस बस को लेते हैं जोकि एक निश्चित दिशा में 40 किमी/घंटा की समान रफ़्तार से चल रही है। क्या हम यह बता सकते हैं कि अगर बस आने वाले साढ़े 6 घंटों तक बिना रुके इसी रफ़्तार से चलती रहेगी तो यह कितनी दूरी तय करेगी? या एक अन्य बस के मामले में जोकि 20 किमी/घंटा की रफ़्तार से एक दिशा में बढ़ रही हो व उसी दिशा में 120 किमी/घंटा^2 के त्वरण का अनुभव करे तो क्या हम बता सकते हैं कि 30 मिनट (आधे घंटे) बाद उसकी रफ़्तार कितनी होगी? या, कितने समय बाद बस की रफ़्तार 60 किमी/घंटा होगी?

ऐसे सवालों के जवाब देने के लिये, विज्ञान में जो तरीका अपनाया जाता है वो है वस्तुओं, उनके गुणों व कुदरती प्रक्रियाओं का गणितीय निरूपण। हमने पहले ही देखा कि हम एक रैखीक गति के कुछ गुणों को माप सकते हैं, जैसे कि दूरी, समय, रफ़्तार व त्वरण। अब हम इनके आपसी संबंधों को परिभाषित करेंगे। इनके बीच के ये संबंध असल में कई गणितीय समीकरणों के रूप में ही हैं।

पेज ?? त्वरण की व्याख्या करते हुए हमने नीचे दी गया समीकरण लिखा था

$a=(v-u)/t$, जहां 'u' शुरूआती रफ़्तार, 'v' आखिरी रफ़्तार, 't' वो समय-अंतराल जिस दौरान रफ़्तार 'u' से 'v' हुई व 'a' त्वरण। इस समीकरण को पुनः व्यवस्थित करके हम इसे अधिक प्रचलित रूप में लिख सकते हैंः

$v = u + at$

यही गति का पहला नियम कहलाता है।

अगर एक वस्तु स्थिर त्वरण के प्रभाव में है तो हम जानते हैं कि रफ़्तार व समय के बीच का संबंध रैखिक होता है (देखें चित्र 40 में दिया गया आलेख)। इस मामले में समय-अंतराल 't' के दौरान वस्तु की औसत रफ़्तार होती है (u+v)/2। इस कथन को सिद्ध करना इस माड्यूल की सीमा से बाहर की बात है, लेकिन यह बात याद रखी जानी चाहिये कि ऐसा तभी होगा जब त्वरण स्थिर हो। हम अपनी पहली की चर्चा से जानते हैं कि औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय। अगर हम दूरी को 's' से दर्शायें तो कह सकते हैं कि

$$\frac{(u+v)}{2}=\frac{s}{t}$$

या

$$s=\frac{(u+v)t}{2}$$

गति के पहले नियम से v का मान रखने पर:

$$s=\frac{(u+u+at)t}{2}$$

$$s=ut+\frac{1}{2}at^2$$

यही गति का दूसरा नियम कहलाता है।

गति के पहले व दूसरे नियम को मिलाकर हम एक 's', 'u', 'v' व 'a' के बीच एक तीसरा संबंध भी निकाल सकते हैं.

गति के पहले नियम $v=u+at$ से हम निकाल सकते हैं कि $t=\frac{(v-u)}{a}$ ।

t के इस मान को गति के दूसरे नियम में रखने पर

$$s=\frac{u(v-u)}{a}+\frac{1}{2}a\frac{(v-u)^2}{a^2}$$

इस संबंध को अमूमन इस्तेमाल में लाये जाने वाले रूप में लिखा जा सकता है। सरल करने पर (स्वयं करके देखें)

$$v^2=u^2+2as$$

यही गति का तीसरा नियम कहलाता है।

अगर वस्तु की शुरुआती रफ़्तार व त्वरण के लगने की दिशा विपरीत हो यानि कि वस्तु अवत्वरण का अनुभव करे तो 'a' की जगह '-a' इस्तेमाल किया जाना चाहिये।

इस मौके पर छात्रों को कुछ ऐसे सवाल दिये जाने चाहिये जिनमें इन समीकरणों का इस्तेमाल हो। आमतौर पर किताबों में दिये गये सवाल किसी गेंद, पत्थर या गाड़ी की गति से संबंधित होते हैं जोकि छात्रों को थोड़ा बनावटी लग सकते हैं। उनकी रूचि जगाने के लिये आगे कुछ प्रोजेक्ट दिये गये हैं। इन परियोजनाओं पर काम करने के बाद छात्रों से अभ्यास (परिशिष्ट 5) में दिये गये कुछ सवालों को हल करने को कहा जा सकता है।

परियोजनाओं के लिये छात्रों को एक लिखित सूची बनानी होगी जिसे दीवाल पर पोस्टर की तरह प्रदर्शित किया जा सकता है। छात्र चाहें तो चित्रों व तस्वीरों की मदद से इसे आकर्षक भी बना सकते हैं। आप भी ऐसी कुछ अन्य परियोजनाएं बनाकर छात्रों के समूहों के बीच प्रतियोगिता आयोजित करवा सकते हैं। ऐसी परियोजनाओं की मदद से छात्रों को गति के नियमों का इस्तेमाल कर गणनाएं करने का अभ्यास होगा।

**परियोजना 1: शक्करपारा एक्सप्रेस**

हमारा विशाल रेलवे तंत्र याद है? रेलवे की समय-सारणी बनाते समय कई बातों की गणना की जाती है, जैसे हर एक ट्रेन दो स्टेशनों के दौरान कितना समय लेगी, दो ट्रेनों के बीच में कितने समय का अंतराल होना चाहिये, वगैरह। इन गणनाओं को करने के लिये उन्हीं गति के समीकरणों का इस्तेमाल किया जाता है जिन पर हम चर्चा कर रहे थे। अगर आप चाहें तो आप भी एक काल्पनिक रेलवे तंत्र का खाका तैयार कर सकते हैं।

जब राजाओं का शासन था, उस समय हर राज्य का अपना एक अलग रेलवे तंत्र होता था। चलिये हम एक ऐसी ज़ागीर की कल्पना करते हैं जो छोटी तो है लेकिन काफ़ी समृद्ध है, व जिसमें 3 गांव हैं। इस ज़ागीर का ज़ागीरदार सेठ शकरनंद, गांव शक्करपारा में रहता है, गन्ने की खेती गन्नागंज में करता है और शक्करमिल तीसरे गांव मिल्लेरिया में है। वो अपने इंजीनियर को बुलाता है और उससे गन्ने के मौसम के लिये रेलवे की समय-सारणी बनाने को कहता है। शकरनंद अपने इंजीनियर को इस काम की जो जरूरतें बतलाता है वो इस तरह हैं:

1 शकरनंद के सुपरवाइजर व कुछ अन्य कर्मचारियों को सुबह शक्करपारा से निकलकर सुबह 8 बजे तक गन्नागंज और 9 बजे से पहले मिल्लेरिया पहुंचना है।

2 शकरनंद दोपहर किसी समय गन्नागंज जाना चाहता है और फिर वहां 2 घंटे बिताकर मिल्लेरिया

जाना चाहता है। मिल्लेरिया में भी  2 घंटे रूककर वो वापिस आना चाहता है।

3 गन्नों को ट्रेन में लादने में 2 घंटे का समय लगता है व मिल पर उतारने में 1 घंटे का। अगर संभव हो तो ट्रेन को एक दिन में 2 दफ़े गन्नागंज से मिल्लेरिया का चक्कर लगाना चाहिये, ताकि आस-पास के खेतों का गन्ना भी गन्नागंज से मिल तक ले जाया जा सके।

4 शाम के समय, शक्करनंद के कर्मचारियों को मिलेरिया व गन्नागंज से वापिस शक्करपारा आना है।

मीटर-गेज की छोटी ट्रेन की औसत रफ़्तार 20 किमी/घंटा है। गन्नागंज व मिल्लेरिया शक्करपारा से पश्चिम दिशा की ओर क्रमशः 20 किमी व 30 किमी की दूरी पर हैं। कोशिश कीजिये एक ऐसी समय-सारणी बनाने की जिसमें ट्रेन को कम से कम यात्राएं करनी पड़ें।

**परियोजना 2: चलो पिकनिक**

आपके पांच मित्रों के समूह ने पास ही के एक झरने (पातालपानी) पर पिकनिक के लिये जाने का मन बनाया। अब जीप के ड्राईवर को बतलाना है कि वो किस समय आप सभी को अपने-अपने घरों से उठाये।  आप एक समय-सारणी बनाना चाहते हैं ताकि सभी साथियों को उनके घर जीप पहुंचने का समय बताया जा सके।  बसावट की जगह पर एक जीप केवल 20 किमी/घंटा की रफ़्तार से चल सकती है, लेकिन खुली सड़क पर आकर 60 किमी/घंटा की रफ़्तार से। आप चाहते हैं कि आप लोग झरने पर 5 घंटों का समय बितायें। साथ ही आपकी मां यह चाहती हैं कि आप शाम 6 बजे तक घर वापिस आ जायें।

आपके व आपके दोस्तों के घरों के बीच की दूरियां ये हैं:

आपके व आकाश के घर के बीच: 2 किमी

आकाश से प्रिया के घर के बीच: 1 किमी

प्रिया से भोलू के घर के बीच: 1.5 किमी

भोलू से गंगा के घर के बीच: 3 किमी

गंगा के घर से खुली सड़क तक: 2 किमी

गंगा के घर से झरने तक: 50 किमी

पिकनिक पर जाते हुए हर घर में जीप 5 मिनट के लिये रूकती है ताकि आप और आपके साथी

उसपर सवार हो सकें, साथ ही लौटते समय भी 5 मिनट के लिये रूकती है ताकि आप सभी उतर सकें। आप एक जगह से दूसरी जगह तक पहुंचने में जीप को लगने वाला समय निकाल सकते हैं। उसके बाद आप पूरी यात्रा के लिये लगने वाला समय निकालकर, ड्राईवर को यह बता सकते हैं कि आपके घर पर वो कितने बजे पहुंचे। अपनी गणनाओं के आधार पर नीचे दी गई समय–सारणी को भरिये:

आपके घर पर ड्राईवर के पहुंचने का समय:

जीप का आकाश के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का प्रिया के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का भोलू के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का गंगा के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का झरना पहुंचने का समय:

जीप का गंगा के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का भोलू के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का प्रिया के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का आकाश के घर तक पहुंचने का समय:

जीप का आपके घर पर पहुंचने का समय:

तो आप क्या सोचते हैं कि  दूरी, समय, रफ़्तार व त्वरण के आपसी संबंधों को दर्शाते ये समीकरण कहां इस्तेमाल में लाये जाते होंगे? दो बहुत ही दिलचस्प उदाहरण आगे बाक्स मे दिये गये हैं।

**चमगादड़ और पनडुब्बियों में क्या बात समान है?**

चमगादड़ उड़ने वाले ऐसे स्तनपाई हैं जो अपने जीवन का आधा समय पेड़ों व वैसी ही किसी जीच से लटकते हुए बिताते हैं। पनडुब्बी पानी के अंदर चलने वाला उच्च श्रेणी का वाहन होता है जो कई महिनों तक पानी के अंदर डूबा रह सकता है। तो आखिर ऐसी क्या बात हो सकती है जो इन दोनों में समान हो? असल में ये दोनों ही ध्वनि की पल्स (स्पंद) का इस्तेमाल कर यह पता लगाते हैं

कि कोई वस्तु उनसे कितनी दूरी पर है। चमगादड़ों की देखने की शक्ति बहुत कमजोर होती है, लेकिन फिर भी आपने उन्हें रात के घुप्प अंधेरे में भी सुगमता से बिना किसी चीज से टकराये उड़ते देखा होगा। ऐसा इसलिये क्यूंकि वो 'देखने' के लिये रोशनी का नहीं बल्कि ध्वनि का इस्तेमाल करते हैं। चमगादड़ ऊंची पिच पर ध्वनि पल्स (स्पंद) छोड़ते हैं जो जब किसी वस्तु, जैसे कि पेड़, दीवार या कोई जीव-जन्तु, से टकराती है तो परावर्तित होकर चमगादड़ तक पहुंच जाती है। चमगादड़ का दिमाग छोड़ी गई और लौटकर वापिस आई ध्वनि तरंग के बीच बीते समय अंतराल को मेहसूस कर सकता है, जिसके आधार पर चमगादड़ अपने आप से उस वस्तु की दूरी का अंदाजा लगा लेता है।

इंसानी दिमाग और ज्ञानेन्द्रियां इस तरह से सक्षम नहीं होते, लेकिन हम लोगों ने रडार व सोनार जैसे यंत्र बनाये हैं जो एकदम वैसे ही काम करते हैं। पानी में डूबी पनडुब्बियां अपनी आस-पास की चीजें देखने के लिये सोनार का इस्तेमाल करती हैं। सोनार यंत्र में ध्वनि की पल्स (स्पंद) लगातार छोड़ी जाती हैं और फिर उनके लौट कर आने तक के समय का हिसाब रखा जाता है (चित्र 47)। पानी में ध्वनि की रफ़्तार को जानते हुए वस्तु की दूरी का अंदाजा लगाया जाता है। ना केवल दूरी, लेकिन एक ही वस्तु से लौटकर आ रही ध्वनि पर लगातार निगरानी रखकर हम यह भी जान सकते हैं कि वस्तु पनडुब्बी की तरफ़ आ रही है, दूर जा रही है या रूकी हुई है। सोनार यंत्र का इस्तेमाल समुद्र के नीचे अन्य पन्डुब्बियों व मछलियों की स्थिती जानने और यहां तक की समुद्र तल का अध्ययन करने के लिये भी किया जाता है। असल जिंदगी से कुछ और भी उदाहरण खोज के निकालिये जिनमें दूरी, समय, रफ़्तार व त्वरण की गणना करने की जरूरत पड़ती हो।

चित्र 47: मछलियों के झुंड से टकराकर वापिस आती हुईं पनडुब्बी से छोड़ी गई ध्वनि तरंगे

चित्र 48: सोनार यंत्र के द्वारा इकठ्ठे किये गये आंकड़ों को दर्शाता एक आलेख

**चांद हमसे कितनी दूरी पर है?**

क्या आपने कभी सोचा है कि आखिर चांद और पृथ्वी के बीच की दूरी का पता कैसे लगाया गया? अगर इतिहास में झांककर देखें तो पता चलता है कि चांद और पृथ्वी के बीच की दूरी का अंदाज़ा लगाने के लिये कई तरीके अपनाये गये हैं। लेकिन इन सबमें एक तरीका जो सबसे प्रभावी व सटीक है उसमें उस समय की गणना की जाती है जोकि कोई चीज पृथ्वी से चांद तक जाने और फिर लौटकर आने में लेती है। चूंकि चांद और पृथ्वी की दूरी काफी ज्यादा है, हम चाहेंगे कि जिस भी चीज को चांद तक भेजा जाये उसकी रफ़्तार काफी तेज हो, जिससे उसके आने व जाने का समय बहुत ज्यादा ना हो। हमें जिस सबसे तेज़ चलने वाली वस्तु की जानकारी है वो है प्रकाश। 1969 में चांद पर उतरने वाले अन्तरिक्ष यात्रियों ने चांद पर रेट्रो परावर्तक कहलाने वाले बड़े-बड़े दर्पण रख दिये थे (चित्र 46)। उसके बाद पृथ्वी से इन दर्पणों को निशाना बनाकर लेज़र से प्रकाश

की पल्स (स्पंद) छोड़ी गईं और उनके जाने व लौटकर आने के समय-अंतराल की गणना की गई (चित्र 45)। क्यूंकि प्रकाश की रफ़्तार काफी सटीक जानकारी है, इसलिये हम एक बहुत ही सरल समीकरण का इस्तेमाल कर चांद और पृथ्वी के बीच की दूरी का पता लगा सकते हैं:

दूरी = (प्रकाश की रफ़्तार * प्रकाश का चांद तक जाने व दर्पण से टकराकर वापिस आने का समय)/2

प्रकाश का चांद तक जाने व दर्पण से टकराकर वापिस आने का समय लगभग 2.5 सेकण्ड था। स्वभाविक सी बात है कि प्रकास के पल्स की अवधि 2.5 सेकण्ड से काफ़ी कम होगी (क्या आप बता सकते हैं, ऐसा क्यूं?)। इस तरह से चांद और पृथ्वी के बीच की औसत दूरी का जो अनुमान मिला वो है 3,84,467 किलोमीटर (238,897 मील)। यहां हम औसत की बात इसलिये कर रहें हैं क्यूंकि चांद और पृथ्वी के बीच की दूरी समय के साथ-साथ थोड़ा बदलती है -- आपने शायद सुपरमून के बारे में सुना होगा। समय-समय पर चांद पृथ्वी के काफी करीब आ जाता है, उस समय चांद अपने औसत आकार से बड़ा दिखाई देता है।

चित्र 45: लेजर रेंजफाइंडर को दर्शाता एक रेखा-चित्र

चित्र 46: चांद पर अपोलो 11 के अंतरिक्षयात्रियों के द्वारा रखे गये रेट्रो परावर्तक

उम्मीद है कि इस समय तक छात्रों के मन में गति व उससे जुड़ी विभिन्न अवधारणाओं के प्रति कौतुहल जाग चुका होगा और वे इस विषय को और भी गहराई से समझने के लिये तैयार होंगे। अगले माड्यूल में, हम शुरूआत इन सवालों से करेंगे कि गति का कारण क्या है व त्वरण किस वजह से होता है। हम रफ़्तार, त्वरण व बल की सदिश रूप की बात भी करेंगे। इसके अलावा, अगले माड्यूल में गति व बल की अवधारणाओं के ऐतिहासिक विकास पर भी चर्चा होगी। इससे छात्रों को इन अवधारणाओं की बेहतर समझ बनाने में मदद मिलेगी, साथ ही यह जानने का मौका भी मिलेगा कि वैज्ञानिक सिद्धांत कैसे विकसित होते हैं।

## विज्ञान व वैज्ञानिक तरीके

यह परिशिष्ट शिक्षकों को संबोधित है। गति व बल की अवधारणाओं के विकास की चर्चा इस शृंखला की उस अगली कड़ी में होगी जिसमें पाठकों को वैज्ञानिक दृष्टिकोण का एक ज़ायका मिलेगा। इस परिशिष्ट के अंत में शिक्षकों के उपयोग के लिये दो परियोजनाएं दी गई हैं।

क्या आपने कभी इस बात पर विचार किया है कि विज्ञान क्या है और ऐसा क्या है जो इसे बाकी सभी विषयों से अलग बनाता है? विज्ञान को परिभाषित करने का एक तरीका यह हो सकता है कि यह किसी विषय को समझने की एक वैज्ञानिक प्रक्रिया है या कि विज्ञान में वैज्ञानिक तरीकों का इस्तेमाल किया जाता है। हम देखते हैं कि हमारे सामने गणितीय-विज्ञान, भौतिक-विज्ञान, जीव-विज्ञान और यहां तक की सामाजिक-विज्ञान जैसे विषय हैं। इन सभी 'विज्ञान' के विभिन्न विषयों के बीच जो एक बात समान है वो है वैज्ञानिक तरीके।

*चित्र*

*बाक्स 1: जितना ज्यादा द्रव्यमान, उतनी ज्यादा रफ़्तार*
*बाक्स 2: हल्का या भारी, एक समान रफ़्तार*
*बाक्स 3: जितनी ज्यादा रफ़्तार, उतना ज्यादा द्रव्यमान*

गति व बल की अवधारणाओं की हमारी आज की समझ का विकास एक बहुत ही उपयुक्त उदाहरण है यह समझने का कैसे विज्ञान व वैज्ञानिक तरीके समय के साथ विकसित होते हैं। हमसे बहुत पहले की सभ्यताओं में लोग सिर्फ़ अपनी इन्द्रियों के भरोसे ही अपनी आस-पास की दुनियां का अवलोकन करते थे। उस समय के दार्शनिकों-वैज्ञानिकों ने ऐसे ही अवलोकनों के बलबूते वस्तुओं की गति की अपनी समझ बनाई थी व विभिन्न सिद्धांत प्रस्तावित किये थे। इनमें से एक प्रभावशाली दार्शनिक थे अरस्तू (384-322 BC)। उनका दावा था कि एक गिरती हुई वस्तु की रफ़्तार उसके भार के अनुपात में बढ़ जाती है या भारी वस्तुएं हल्की वस्तुओं की तुलना में ज्यादा तेजी से नीचे की ओर गिरती हैं। दूसरे दार्शनिकों ने इस दावे की सत्यता पर सवाल उठाये, लेकिन आम समझ अरस्तू की अवधारणा पर ही कायम रही। इस दौरान समय और दूरी के मापन की तकनीकों में सुधार के चलते प्रयोग करके इस अवधारणा की सत्यता जांचना मुमकिन हो गया। अंततः, सत्रहवीं शताब्दी में, गैलीलियो (1564-1642) ने एक प्रयोग व उसके नतीजों को तार्किक ढ़ंग से आगे बढ़ाते हुए यह दिखाया कि सभी वस्तुएं, चाहे हल्की या भारी, अगर समान ऊंचाई से नीचे गिराई जायें व हवा के वजह से कोई अवरोध ना हो तो वो सभी एक साथ एक ही समय में नीचे तल से टकराएंगी। इसके बाद कई वैज्ञानिकों ने गति की इस नई समझ में अपने-अपने सुधार जोड़कर इसे और भी समृद्ध किया। न्यूटन (1643-1727) ने अपने समय के ज्ञान को समेटकर गति के नियम व समीकरण बनाये। न्यूटन ने यह प्रस्तावित किया कि किसी वस्तु का त्वरण (रफ़्तार में बदलाव की दर) उस पर लगने वाले बल के अनुपात में होता है। वस्तु का द्रव्यमान (mass) उसका एक प्राकृतिक

व स्थिर (ना बदलने वाला) गुण है। न्यूटन की यह प्रस्तावना न्यूटोनियन मैकेनिक्स का आधार बन गई और इससे यह उम्मीद लगाई जाने लगी कि यह धरती व अन्य खगोलीय पिण्डों की गति की व्याख्या करेगी। लेकिन कुछ समय बाद वैज्ञानिकों द्वारा कुछ ऐसे अवलोकन किये गये जिनमें न्यूटन की अवधारणा सही नहीं बैठती थी। खास तौर पर यह अवलोकन कि प्रकाश की गति एक स्थिरांक है (व निर्देश तंत्र (frame of reference) पर निर्भर नही करती)। आगे चलकर आइंस्टाइन, लौरेंटेज़ व पोइनकेर ने अपने काम से सापेक्षिकता के सिद्धांत की नींव रखी जोकि न्यूटन के सिद्धांत से बेहतर था।

आज के समय में आंइस्टाइन (1879-1955) के द्वारा प्रस्तावित सिद्धांत माना जाता है। इस सिद्धांत के मुताबिक, अगर एक वस्तु बहुत ही तेज रफ़्तार (प्रकाश की गति के पास) से चल रही हो तो वस्तु का द्रव्यमान (mass) बढ़ जाती है। इस प्रभाव को काफी तेज रफ़्तार पर ही देखा जा सकता है जोकि अमूमन देखने में नहीं आती। अगर आप पिछले पैराग्राफ़ की तारिखों को देखें तो पायेंगे कि अरस्तू से गैलीलियो तक का सफ़र 2000 सालों , गैलीलियो से न्यूटन तक का 85 सालों और न्यूटन से आइंस्टाइन तक का 200 सालों से ज्यादा का था। इस दौरान गति को लेकर हमारी समझ लगातार विकसित होती गई। हमारी शुरूआती समझ थी कि भारी वस्तुएं ज्यादा तेजी से नीचे की ओर गिरती हैं और यही उनका आंतरिक गुण है। बाद में इस समझ में संशोधन हुआ कि गुरूत्वाकर्षण बल के प्रभाव में (और बाकि किसी भी बल के ना होने पर) सभी वस्तुएं एक समान त्वरण का अनुभव करती हैं। गैलीलियो ने इन नियमों को धरती पर होने वाली गतियों को समझने में लगाया व न्यूटन के गुरूत्वाकर्षण के नियमों ने खगोलीय पिण्डों की गति की हमारी समझ को बेहतर किया। लेकिन इन नियमों में एक और संशोधन आइंस्टाइन ने जोड़ा और यह बतलाया कि न्यूटन के द्वारा दिये गये नियम उन वस्तुओं पर ही लागू होते हैं जिनकी रफ़्तार प्रकाश की तुलना में काफ़ी कम हो।

तो क्या आइंस्टाइन के द्वारा सुझाये गये संशोधनों के गति के नियमों को एकदम पक्का मान लिया जाये? जी नहीं। ये अंत नही है। कल को अगर वैज्ञानिकों को अपने अवलोकनों में आइंस्टाइन के सिद्धांतों में कुछ कमोबेशी होने का पता चलता है तो इन नियमों पर दोबारा से काम किया जायेगा। लेकिन अब तक आइंस्टाइन के सिद्धांतों का कोई अपवाद नहीं मिला है। वैज्ञानिक लगातार कोशिशों में लगे हुए हैं कि और भी पुख्ता प्रयोग तैयार किये जाएं जिनसे आइंस्टाइन के सिद्धांतों को बेहतर तरीके से परखा जा सके। ये संभव है कि आने वाले समय में इन प्रयोंगो से कुछ ऐसे नतीजे निकलकर आये जो यह बतलाएं कि सिद्धांतों में कुछ गड़बड़ी है। उसके बाद विचारकों को बैठकर उन नये नतीजों को समझना होगा व बेहतर सिद्धांत देने होंगे। विज्ञान के किसी भी क्षेत्र में आप इसी तरह की प्रक्रिया पायेंगे, जिसमें कई लोगों के काम के चलते बनाई गई किसी एक विषय-वस्तु की सामूहिक समझ समय के साथ-साथ लगातार विकसित होती जाती है। शायद इसे ही हम वैज्ञानिक तरीका मान सकते हैं।

वैज्ञानिक तरीके या विधि फिलहाल तीन बुनियादों पर टिकी हुई है: (a) **सटीक और वस्तुनिष्ठ अवलोकन,** (b) **गणितीय और तार्किक विश्लेषण** और (c) **मॉडलिंग।** सामने जिस तरह की समस्या

हो उसके मुताबिक इनका इस्तेमाल अलग-अलग तरीकों व क्रम में किया जा सकता है।

किसी सवाल के हल निकालने का वैज्ञानिक तरीकों का एक नमूना ऐसा हो सकता है:

**पहला कदम**: किसी चीज के बारे में एक सवाल पूछिये - जैसे कि क्यों, कैसे, क्या, कहां, कब वगैरह। ये सवाल आपके ज़हन में किसी घटना को देखकर या उसके बारे में पढ़कर या सुनकर आ सकता है।

**दूसरा कदम**: पता लगाईये कि क्या किसी और को उस विषय के बारे में जानकारी है। ऐसा करने के लिये आप अन्य लोगों से बात-चीत कर सकते हैं व उस विषय में उपलब्ध साहित्य (लिखित सामग्री) पढ़ सकते हैं। ऐसा करना विषयवस्तु की पृष्ठभूमि पर अनुसंधान करना कहलाता है। अगर ऐसा करने से आपको अपने सवाल का संतोषजनक जबाब मिल जाता है तो आप दूसरे सवाल पर सोच सकते हैं। ऐसा हो सकता है कि बाद में कोई ऐसा बिंदु उठाये जिसे आपने अनदेखा कर दिया हो और ये पता चले कि उपलब्ध जबाव में संशोधन की जरूरत है। इस तरह से सवाल और उसके जबावों पर बारंबार विचार करना और उसमें नये आयाम जोड़ना विज्ञान का अभिन्न अंग है। एक वैज्ञानिक सिद्धांत (हठधर्मिता के विपरीत) तब तक ही वैध माना जाता है जब तक कोई नया तथ्य उसका खंडन करने के लिए उभरकर नही आता। जैसा ही ऐसा होता है, पुराने सिद्धांत को छोड़कर, लोग नये सिद्धांतों की बेहतर समझ बनाने के लिये उन पर काम करने लग जाते हैं।

**तीसरा कदम**: अपने सवाल के उत्तर में एक परिकल्पना का निर्माण कीजिये। इसका मतलब हुआ कि आप जवाब का अपने वर्तमान की समझ व ज्ञान के आधार पर एक तार्किक अंदाजा लगाते हैं। परिकल्पना एक भी हो सकती है और अनेक भी। आखिर एक घटना की कई वैकल्पिक व्याख्याएं हो सकती हैं।

**चौथा कदम**: कोई परीक्षण या प्रयोग सोचिये जिसकी मदद से आप अपनी परिकल्पना की जांच कर सकें कि वो सही है या नहीं। इसके लिये आपको कई बातों का ध्यान रखना होगा। पहला, आपके द्वारा किया गया परिक्षण निष्पक्ष होना चाहिए -- परीक्षण इस तरह से तैयार किया जाना चाहिये कि इसे करने वाले के किसी पूर्वाग्रह का असर नतीजों पर ना पड़े (हालांकि ऐसा कर पाना मुश्किल है)। दूसरा, परीक्षण इस तरह से तैयार किया जाना चाहिये कि इसमें मिले नतीजे अस्पष्ट ना हों। ऐसा आसानी से किया जा सकता है अगर परीक्षण को ऐसे तैयार किया जाये कि उसके नतीजे एक संख्या के रूप में आयें। यानी कि आप सच में कुछ माप सकें। इसका यह भी मतलब हुआ कि आपकी परिकल्पनाएं ऐसी होनी चाहिये कि उनकी जांच करने के लिये परीक्षण तैयार किये जा सकें। इसी परिक्षण करने को ही हम प्रयोग करना कहते हैं।

**पांचवा कदम**: प्रयोग में मिले परिणामों का विश्लेषण करें। इस चरण को कड़ाई के साथ करते हुए काफी सावधानी बरतनी चाहिये ताकि प्रयोग के दौरान किसी भी तरह के पूर्वाग्रह व दोष के असर का ध्यान रखा जा सके। इस चरण में एक स्पष्ट जवाब मिल सकता है। या फिर यह समझ आ सकता है कि प्रयोग में सुधार की जरूरत है या ये कि उपलब्ध संसाधनों के बलबूते परीक्षण करना

संभव नहीं। उस हालत में, या तो प्रयोग पर दोबारा से काम करने की जरूरत पड़ेगी या फिर एक नई परिकल्पना बनाने की। आमतौर पर तीसरे से पांचवे चरण के दौरान घटकवादी नजरिया अपनाया जाता है (देखें पेज ??)। इस नजरिये से बात बनी या नहीं, इसका निर्णय सातवें चरण में लिया जायेगा।

**छंठवा कदम**: प्रयोगों के दौरान मिले अपने नतीजों व विश्लेषण को जितना ज्यादा हो सके, उतने लोगों से साझा कीजिये। यह एक बहुत ही महत्त्वपूर्ण कदम है जिसके बिना विज्ञान के क्षेत्र में तरक्की नहीं हो सकती। ऐसा करने के दो अहम कारण हैं। पहला, आपके द्वारा सुझाये गये प्रयोगों की स्वतंत्र रूप से पुनरावृत्ति व अलग-अलग प्रयोगों के द्वारा परिकल्पनाओं को जांचनें का एक मौका मिलता है। दूसरे शब्दों में कहें तो, इससे संभावना बनती है कि परिकल्पना पर एक बड़े स्तर पर बहस हो ताकि अगर इसमें अगर कहीं कोई कमी रह गई हो तो वो सामने आ सके। ऐसा करने का एक दूसरा कारण है कि अगर आपने अपनी परिकल्पनाओं व परीक्षण के दौरान कुछ खोज की हो तो कोई दूसरा व्यक्ति आपके द्वारा की गई खोज के आधार पर कुछ अन्य खोज भी कर सकता है। इसके लिये वैज्ञानिकों को अपने संचार कौशल पर भी काफ़ी काम करने की जरूरत है।

**सांतवा कदम**: एक बार जब प्रयोग के नतीजों पर एक साफ समझ बन जाये व उनका विश्लेषण पूरा हो चुका हो तो विचाराधीन घटना के लिये एक सिद्धांत या मॉडल तैयार किया जा सकता है। आमतौर पर इसमें घटना के बारे एक गणितीय मॉडल बनाने की बात होती है जोकि कई प्रयोगों के संकलित परिणामों पर आधारित हो सकता है। एक वैज्ञानिक-विषय से संबंधित सिद्धांत तभी वैध माना जा सकता है जब उसके आधार पर उस विषय के पिछले सभी अवलोकनों की सही-सही व्याख्या की जा सके। ऐसे सिद्धांत कई मायनों में उपयोगी साबित हो सकते हैं: (a) उनकी मदद से किसी कुदरती घटना की व्याख्या व उसके विकास की भविष्यवाणी (जैसे, अगले भूकंप की भविष्यवाणी) की जा सकती है, (b) वे हमें हमारी आवश्यकताओं के अनुसार घटना को नियंत्रित करने के तरीके खोजने में मदद कर सकते हैं (जैसे, पृथ्वी की तरफ बढ़ते हुए एक धूमकेतु की रोकथाम), और (c) वे हमारे जीवन की गुणवत्ता में सुधार लाने के लिए नई प्रौद्योगिकियों को विकसित करने में हमारी मदद कर सकते हैं (जैसे, ऊर्जा के नए स्थायी स्रोतों)।

जैसा कि आप समझ सकते हैं, **विचाराधीन विषय के मुताबिक ऊपर सुझाये गये नुस्खे के कई स्वरूप हो सकते हैं**। कई चरणों की पुनरावृत्ति की जरूरत पड़ सकती है (और पड़ती है)। ऐसा नहीं है कि सभी चरणों को एक ही व्यक्ति या समूह के द्वारा किया जाये (ऐसा अमूमन किया भी नहीं जाता)। यहां तक कि सभी चरणों को एक स्थान पर ही करना कोई जरूरी नहीं। नीचे कुछ परियोजनाएं दी जा रही हैं जिनपर छात्र अपनी छुट्टियों के दौरान काम कर सकते हैं। परियोजना के अंत में छात्रों को एक रपट जमा करनी होगी जिसमें उन्हें एक सिलसिलेवार ढ़ंग से यह बताना होगा कि परियोजना से जुड़े सवालों पर कैसे समझ बनाई गई व उन्हें कैसे सुलझाया गया। और अगर समस्या ज्यों की त्यों बनी रही व कोई हल नहीं निकला तो उसके क्या कारण रहे।

**परियोजनाएं**

1. किस पदार्थ का बना बर्तन खाना पकाने के लिये सबसे ज्यादा उपयुक्त होगा?
(संकेत: सबसे पहले तो उन सभी कारकों की एक सूची बना लीजिये जोकि पदार्थ के चयन पर असर डालते हों -- जैसे खाना पकाने की विधि, लागत, साफ सफाई की आसानी, जंग के लिए प्रतिरोध, ताप का समान रूप से वितरण इत्यादि। इन कारकों को दो भागों में बांट लीजिये - एक तो बुनियादी आवश्यकताएं, जिनके बिना काम नही चलेगा व दूसरी ऐसी खूबियां जोकि अगर पदार्थ में हों तो बेहतर होगा। अब उन पदार्थों की खोज में लग जाइये जोकि इन जरूरतों को पूरा कर सके। हो सकता है कि आपको ऐसे कई पदार्थ मिलें जो जरूरतों को पूरा करते हों। ऐसे में परिणाम ऐसा हो सकता जो यह सुझाये कि किन परिस्थितियों में कौन सा पदार्थ सबसे ज्यादा उपयुक्त होगा। इससे हमें यह भी पता चल सकता है कि अगर खाना पकाने के बर्तन बनाने का कोई एक आदर्श पदार्थ हो तो उसमें कौन-कौन सी खूबियां होनी चाहिये। जरूरी नहीं कि इस परियोजना में बच्चों को प्रयोग करने पड़ें, लेकिन बच्चों को कुछ ऐसे परिक्षण करने के लिये उत्साहित किया जा सकता है जो उन तथ्यों की जांच स्वरूप हों जिनके बारे में बच्चों ने पढ़ा हो। उदाहरण के तौर पर, वो यह परिक्षण कर सकते हैं कि कागज़ के बने एक कप में पानी उबालना संभव है या नहीं, या कि किस पदार्थ के बने बर्तन में पानी जल्दी उबलता है -- स्टील या एल्युमीनियम। )

2. मेरी दादी कहती हैं कि कमरे में मोर का पंख रखने से घर की छिपकलियां भाग जाती हैं। इस परिकल्पना की सत्यता आप कैसे जांचेगें?

# आलेख

इस परिशिष्ट में गति का वर्णन करने वाले आलेखों या ग्राफ़ पर एक विस्तृत चर्चा शामिल है। इस परिशिष्ट को हमने दो भागों में बांटा है। पहले भाग (A) में आलेखों से जुड़े मूलभूत नियमों के बारे में बतलाया गया है। इस भाग में उन छात्रों के लिये सामग्री है जिन्होंने या तो कभी आलेख के बारे में सुना ही ना हो या उनका बहुत ही कम इस्तेमाल किया हो। दूसरे भाग (B) में मुख्य मॉड्यूल की सामग्री के अनुरूप गति को दर्शाते आलेखों पर चर्चा की गई है। अगर छात्र आलेख की अवधारणा से भली-भांति परिचित हों तो भाग A को छोड़ आप सीधे भाग B में जा सकते हैं।

## A: आलेख - एक परिचय

चित्र 1: एक पौधे की बढ़त को दिखाती अलग-अलग विधियां

एक पौधे की बढ़त को ऊपर कई तरीकों से दर्शाया गया है: एक तालिका के जरिये, कई चित्रों की एक श्रृंखला के रूप में और एक आलेख के रूप में।

तीनों ही तरीके हमें बतलाते हैं कि 20 दिनों के दौरान पौधे की लम्बाई लगातार बढ़ती रही। लेकिन एक आलेख हमें और भी बहुत कुछ ऐसा बतलाता है जोकि बाकि दोनों तरीके नहीं। तालिका में दिखाये अनुसार हम आलेख से भी हर चौथे दिन पौधे की लम्बाई जान सकते हैं। इसके साथ ही एक नज़र में हम यह भी जान सकते हैं कि पौधे के बढ़ने की दर 20 दिनों के दौरान एक सी नहीं रही है। 12वें दिन के बाद से पौधे की लम्बाई बढ़ने की दर पहले की अपेक्षा कम हो गई। साथ ही आलेख की मदद से हम बीच के दिनों में भी पौधे की लम्बाई का अंदाजा लगा सकते हैं। उदाहरण के तौर पर, 6वें दिन पौधा लगभग 3 सेमी लम्बा रहा होगा व 10वें दिन तकरीबन 7.5 सेमी।

तो सवाल उठता है कि वास्तव में आलेख होता क्या है व हम इसे कैसे बना सकते हैं? असल में एक आलेख दो चर राशियों के बीच के संबंध को दर्शाता एक सचित्र वर्णन होता है (ग्राफ़ कितने प्रकार के होते हैं यह जानने के लिये नीचे बाक्स देखिये)। शुरूआत में बतलाये गये उदाहरण में भी ऐसी ही आपस में संबंधित दो चर राशियां थीं - दिनों की संख्या व पौधे की लंबाई। इन दोनों के बीच में यह संबंध है कि पेड़ की लम्बाई दिनों के गुजरने के साथ बढ़ती है। पौधे की लम्बाई इस बात पर निर्भर करती है कि वो पौधा कितने दिन पुराना है। इसीलिये 'दिनों की संख्या' एक स्वतंत्र चर राशि है व 'पौधे की लंबाई' एक निर्भर चर राशि। आलेख बनाने को 'आलेखन' कहते हैं।

**आलेखों के प्रकार**

अब तक हमनें जिन आलेख की बात की वो सभी **रेखा-आलेख** हैं, जिनका इस्तेमाल किसी दो मात्राओं के बीच के संबंधों को दर्शाने के लिये किया जाता है। फ्रांस के गणितज्ञ-दार्शनिक रेने दकार्ट (Rene Descartes) ने 17वीं शताब्दी में इस तरह के आलेख की खोज कर ज्यामिति व बीजगणित के बीच पहला व एक व्यवस्थित संबंध स्थापित किया था। ऐसे किसी आलेख में एक बिंदु के x व y मूल्यों के दकार्ट के बाद ही कार्टिय निर्देशांक (? Cartesian coordinate) कहा जाता है। इसके अलावा एक आलेख के अन्य कई प्रकार हो सकते हैं। एक **दंड-आलेख** (बार ग्राफ़) की मदद से हम दो या दो से अधिक राशियों की तुलना कर सकते हैं। उदाहरण के लिये, आपका स्कूल हर वर्ष स्कूल की विभिन्न कक्षाओं में उतीर्ण हुए बच्चों कि संख्या दर्शाने के लिये एक दंड-आलेख का इस्तेमाल कर सकता है। एक **वृत्त-आलेख** (पाई ग्राफ) वस्तुओं के एक समूह में किसी एक विशेष गुण के मूल्यों का प्रतिशत वितरण दिखाने के लिए इस्तेमाल में लाया जाता है। शायद आपने कभी जनमत सर्वेक्षणों के परिणाम को दर्शाते वृत्त-आलेख देखे होंगे। कुछ उदाहरण आगे दिये गये हैं।

पत्रिकाओं, अखबारों व टीवी पर आलेखों को पहचानने की कोशिश कीजिये। सोचिये कि क्यों एक विशेष प्रकार का आलेख उस स्थिति में इस्तेमाल किया गया था। साथ ही किसी विषय की परियोजना की रपट बनाते समय आलेखों का उपयोग करने की कोशिश कीजिये। आप पायेंगे कि आलेखों के इस्तेमाल से आपकी रपट बेहतर बन गई है व आसानी से समझी जा सकती है।

चित्र 2

आप कितनी दफ़े कसरत करते हैं?

| | |
|---|---|
| कभी नहीं | 22% |
| रोजाना | 12% |
| हफ़्ते में एक बार | 30% |
| कुछ पक्का नहीं है | 36% |

**आलेखन**

आइये हम एक आलेख बनाने के बुनियादी नियमों पर एक नज़र दौड़ा लें। उदाहरण के तौर पर हम एक वर्ग की भुजा की लम्बाई व उसकी परिधि के बीच के संबंध को लेते हैं। पहली तालिका में इसके कुछ आंकड़े दिये हुए हैं। एक ग्राफ़ पेपर ले लीजिये और नीचे दिये गये निर्देशों का पालन

करते जाइये।

तालिका 1

| वर्ग की भुजा की लम्बाई (सेमी) | परिधि (सेमी) |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 8 |
| 3 | 12 |
| 4 | 16 |
| 5 | 20 |

## आलेख की अक्षीय रेखाएं बनाना व आंकड़ों को दर्शाना

1 सबसे पहले उन दो राशियों की पहचान कीजिये जिनके बीच के संबंध को ग्राफ़ पर दर्शाना है। हमारे इस उदाहरण में वर्ग की भुजा की लम्बाई स्वतंत्र राशि है व परिधि एक निर्भर राशि।

2 ग्राफ़ पेपर के निचले किनारे के पास एक पड़ी रेखा (क्षैतिज रेखा) खींचिये। अब ग्राफ़ पेपर के बायें किनारे के पास एक खड़ी रेखा (ऊर्ध्वाधर रेखा) कुछ इस तरह खींचिये कि वह पहली वाली रेखा को एक बिंदु पर काटे। पड़ी रेखा x-अक्ष कहलाती है व खड़ी रेखा y-अक्ष। ध्यान रहे कि आपने इन लाईनों को गाढ़ी रेखाओं से दर्शाया हो। ग्राफ़ पेपर के जिस बिंदु पर ये दोनों रेखायें एक-दूसरे को काटती हैं उसे संदर्भ-बिंदु या मूल-बिंदु कहते हैं। x-अक्ष के नीचे व y-अक्ष के बाईं तरफ़ की खाली जगह इन अक्षीय रेखाओं का विवरण देने के काम आती है (देखें चित्र 3)।

चित्र 3: वर्ग की भुजा की लम्बाई बनाम परिधि

3 स्वतंत्र राशि (इस मामले में वर्ग की भुजा की लम्बाई) को x-अक्ष पर दर्शाते हैं व निर्भर राशि को y-अक्ष (परिधि) पर।

4 संदर्भ-बिंदु को '0' से दर्शाईये। बायें से दायें बढ़ते हुए x-अक्ष पर 1 सेमी के अंतराल पर 1,2,3,4,5 और इसी तरह आगे भी चिन्ह लगाते जाइये। ध्यान रहे कि सभी आलेखों में चिन्ह एक बराबर दूरी पर ही लगाये जाने चाहिये।

5 आपको परिधि को y-अक्ष पर दिखाना है। तालिका 1 को देखने से पता चलता है कि सबसे बड़े वर्ग की परिधि 20 सेमी है। इसलिये, संदर्भ-बिंदु से शुरु करते हुए y-अक्ष को 1 सेमी के 20 बराबर भागों में बांटते हुए 1 से लेकर 20 तक के चिन्ह लगाईये।

## आंकड़ो को दर्शाना

1. तालिका 1 में दिखाया गया है कि वर्ग जिसकी भुजा की लम्बाई 1 सेमी है उसकी परिधि 4 सेमी की होगी। चूंकि वर्ग की भुजा की लम्बाई को, जोकि स्वतंत्र राशि है, हम x-अक्ष पर दर्शा रहे हैं, इसीलिये x-अक्ष के 1 सेमी के चिन्ह पर y-अक्ष के समानांतर एक रेखा खीजिये (चित्र 3)।

2. चूंकि इस वर्ग की परिधि 4 सेमी की है व परिधि को हम y-अक्ष पर दर्शा रहे हैं इसलिये y-अक्ष के 4 सेमी के चिन्ह पर x-अक्ष के समानांतर एक रेखा खीजिये।

3. पिछले 2 चरणों में खींची गई ये रेखाएं जिस बिंदु पर एक-दूसरे को काटें, उस पर एक गोल निशान लगा दीजिये। यह आपका पहला आंकड़ा-बिंदु है। यही निशान पहले आंकड़े को ग्राफ़ पर दर्शा रहा है। इस निशान या बिंदु के लिये भुजा की लम्बाई का मान 1 सेमी व परिधि का मान 4 सेमी है।

4. इस तरह आगे बढ़ते हुए अन्य आंकड़ों को भी आलेख पर दर्शाइये।

5. आंकड़ों को दर्शाते इन बिंदुओं को एक मापनी की मदद से जोड़ कर एक रेखा-आलेख बना लीजिये। ऐसा करने की क्या जरूरत है? आगे बढ़ने से पहले ज़रा इस सवाल पर विचार कर लीजिये।

एक आलेख में आंकड़ों को दर्शाते दो बिंदुओं को एक सीधी रेखा से जोड़ना 'रैखिक सन्निकटन' (Linear approximation) कहलाता है। ऐसा करके हम यह मान लेते हैं कि दो राशियों के बीच एक रैखिक संबंध है। सन्निकटन में हम दो या दो से अधिक राशियों के बीच के संबंध का अनुमान लगाते हैं। अब प्रश्न उठता है कि यह क्यों महत्त्वपूर्ण है? चलिये मान लेते हैं कि हम उस वर्ग की परिधि जानना चाहते हैं जिसकी भुजा की लम्बाई 4.5 सेमी हो। अब भुजा की इस लम्बाई के लिये तो तालिका में आंकड़ा नही दिया गया है।

आमतौर पर, ऐसे में हमें परिधि की गणना करनी होगी। इस मामले में तो हम ऐसा कर भी सकते हैं क्यूंकि भुजा की लम्बाई व परिधि के बीच का संबंध हमें पता है। लेकिन आमतौर पर ऐसा नहीं होता। लेकिन एक आलेख व सन्निकटन की मदद से हम सीधे-सीधे इसका अंदाजा लगा सकते हैं। आईये देखते हैं, कैसे। x-अक्ष पर 4.5 सेमी के चिन्ह से y-अक्ष के समानांतर एक रेखा खींचिये। यह रेखा आलेख को जिस बिंदु पर काटे, उसे A नाम दे दीजिये। अब बिंदु A से x-अक्ष के समानांतर एक और रेखा खींचिये। यह रेखा y-अक्ष को किसी बिंदु पर काटेगी। y-अक्ष के इसी बिंदु का मान हमें 4.5 सेमी की भुजा वाले एक वर्ग की परिधि का अनुमान देगा। आप पायेंगे कि यह मान उसी मान के बराबर है जोकि हम परिधि के सूत्र से मिलेगा। इस मामले में ऐसा इसीलिये होगा क्यूंकि भुजा की लम्बाई व वर्ग की परिधि के बीच का संबंध सच में रैखिक ही है। इस तरीके से आप स्वतंत्र राशि के अन्य मानों के लिये भी निर्भर राशि का मान निकाल सकते हैं। कुछ अभ्यास के बाद आप ग्राफ़ पेपर पर पहले से ही बनी रेखाओं की मदद से मानों को पढ़ पायेंगे।

चित्र 4: आलेख की मदद से भुजा की दी गई लम्बाई के लिये एक वर्ग की परिधि निकालना।

इस तरह से एक आलेख की मदद से हमें वो जानकारियां भी मिल सकती हैं जोकि तालिका में नहीं दी गई थी। दिये गये आंकड़ों की सीमा के अंदर राशियों के मान का अंदाजा लगाने की प्रक्रिया को अंतर्वेशन interpolation) कहते हैं। जब हम 4.5 सेमी की भुजा वाले एक वर्ग की परिधि का अनुमान लगा रहे थे तब हम अंतर्वेशन ही कर रहे थे क्यूंकि 4.5 सेमी की लम्बाई दिये गये आंकड़ों की सीमा में ही है। अब अगर हमें 6 सेमी की भुजा वाले एक वर्ग की परिधि का पता लगाना हो तो क्या हम इस आलेख की मदद ले सकते हैं? इसके लिये हमें आलेख की रेखा को एक मापनी की मदद से आगे बढ़ाना होगा। अब जो तरीका हमने 4.5 सेमी की भुजा वाले एक वर्ग के लिये अपनाया, उसी तरीके का इस्तेमाल कर हम परिधि का पता लगा सकते हैं। यह प्रक्रिया जिसमें हम दिये गये आंकड़ो की सीमा से बाहर की राशियों के मान का अंदाजा लगाते हैं बहिर्वेशन (Extrapolation) कहलाती है।

**पैमाने का चयन**

एक आलेख का इस्तेमाल कर आसानी से जानकारी निकाल पाने के लिये जरूरी है कि आलेखन के समय राशियों को दर्शाने के लिए उचित पैमाने का चयन किया गया हो। स्वतंत्र राशि के पैमाने के चयन का मतलब हुआ कि आप x-अक्ष के एक सेमी के बराबर स्वतंत्र राशि की कितनी इकाई लेते हैं। इसी तरह निर्भर राशि के पैमाने के चयन का मतलब हुआ कि आप y-अक्ष के एक सेमी के बराबर निर्भर राशि की कितनी इकाई लेंगे। पैमानें के चयन के दौरान इन बातों का ध्यान रखा जाना चाहिए:

1. पैमाने का चयन ऐसा होना चाहिये कि राशि के सबसे बड़े मान को भी आलेख पर दर्शाया जा सके।
2. पैमाना ऐसा होना चाहिये कि आलेख-क्षेत्र का लगभग सारा हिस्सा इस्तेमाल हो सके।
3. आसानी से विभाज्य इकाइयों को चुनें जिससे चिन्हित बिंदुओं के बीच में पढ़ने में आसानी हो।

इन बातों को स्पष्ट करने के लिये हम दो अलग-अलग आंकड़ों की मदद लेंगे। हम जिस ग्राफ़ पेपर का इस्तेमाल करेंगे उसमें ग्रिड का आकार 13 सेमी * 7 सेमी है। हम मूल बिंदु की स्थिति निचले किनारे से 2 सेमी ऊपर व बायें से 1 सेमी की दूरी पर लेते हैं। इसके चलते जो x-अक्ष हमें मिलेगी उसकी लम्बाई 6 सेमी व y-अक्ष की लम्बाई 11 सेमी होगी।

**उदाहरण 1**: तालिका 2 में वर्ग की अलग-अलग भुजा की लम्बाई के लिये क्षेत्रफल दिया हुआ है। तालिका के मुताबिक सबसे बड़े वर्ग की भुजा की लम्बाई (स्वतंत्र चर राशि) 5 सेमी है जोकि x-अक्ष की कुल लम्बाई (6 सेमी) से कम है। इसलिये हम भुजा की लम्बाई को दर्शाने के लिये पैमाने के तौर पर x-अक्ष पर 1 सेमी के भाग को वर्ग की भुजा की 1 सेमी लम्बाई के बराबर ले सकते हैं। वहीं दूसरी ओर वर्ग के क्षेत्रफ़ल का अधिकतम मान 25 वर्ग सेमी है जोकि y-अक्ष की कुल लम्बाई (13 सेमी) से ज्यादा है। अब प्रश्न उठता है कि इसे कैसे y-अक्ष पर दर्शाया जाये? अगर हम y-अक्ष

पर 1 सेमी के भाग को 1 वर्ग सेमी या 2 वर्ग सेमी के बराबर लें तो कुछ आंकड़ो को आलेख पर नहीं दर्शा पायेंगे। लेकिन अगर हम y-अक्ष पर 1 सेमी के भाग को 5 वर्ग सेमी के बराबर लें तो सभी आंकड़ों को आलेख पर दर्शाया जा सकता है। x-अक्ष व y-अक्ष के लिये ऊपर सुझाया गया पैमाना लेने पर हमें चित्र 5 में दिखलाया गया आलेख मिलेगा। आप देख सकते हैं कि कुछ बिंदु ग्रिड की मोटी लाईनों पर ना पड़कर उनके बीच में हैं। आप कुछ और पैमाने लेकर आलेख बनाने की कोशिश कीजिये और पता लगाईये कि इन दिये हुए आंकड़ो के लिये कौन सा पैमाना सबसे बेहतर होगा।

तालिका 2

| वर्ग की भुजा की लम्बाई (सेमी) | क्षेत्रफल (वर्ग सेमी) |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |

चित्र 5: वर्ग का क्षेत्रफल बनाम लम्बाई

**उदाहरण 2**: दूसरा उदाहरण प्रति एकड़ गेंहू उत्पादन का है (देखें तालिका 3)। इस उदाहरण के आंकड़ों को आलेख पर दर्शाने के लिये जो पैमाना लिया गया उसके मुताबिक x-अक्ष पर 1 सेमी = 2 एकड़ व y-अक्ष पर 1 सेमी = 2 टन है। आलेख को देखकर आप अंदाज़ा लगा सकते हैं कि किसी भी तरह की मापी जा सकने वाली मात्रा को आलेख पर दर्शाया जा सकता है।

तालिका 3: प्रति एकड़ गेंहू उत्पादन

| जोत का क्षेत्रफल | पैदावार |
|---|---|
| 1 | 1.5 |
| 2 | 3.0 |
| 3 | 4.5 |
| 4 | 6.0 |
| 5 | 7.5 |
| 6 | 9.0 |
| 7 | 10.5 |
| 8 | 12.0 |
| 9 | 13.5 |
| 10 | 15.0 |

चित्र 6: गेंहू उत्पादन बनाम जोत का क्षेत्रफल

**आलेख की सीमाएं**

किसी भी अन्य गणितिय अवधारणा की तरह आलेखों को भी अपनी सीमाएं हैं जिनका ध्यान इन्हें इस्तेमाल करते समय रखा जाना चाहिये:

1. एक आलेख में वास्तविक जानकारी केवल आंकड़ों को दर्शाते बिंदुओं में ही हैं।

2. किसी आलेख में बिंदुओं को दर्शाने व उससे बिंदुओं को पढ़नें की भी अपनी सीमाएं हैं। उपयोग में लाये जा रहे उपकरण के अल्पतमांक पर यह निर्भर करेगा कि आप दो आंकड़ों को कितनी कम दूरी पर दर्शा सकते हैं। चूंकि आपके पास ऐसा कोई साधन नहीं है कि आप इन दो आंकड़ों के बीच के किसी बिंदुओं के लिये आंकड़ें ले पायें, इसलिये आपको उन बिंदुओं के लिये अनुमान लगाना होगा। जिन उदाहरणों को हमने इस परिशिष्ट में लिया है, उनमें दो आंकड़ो को दर्शाते बिंदुओं के बीच एक रैखीक संबंध मान लेना अमूमन सुरक्षित है।

3. बहिर्वेशन करते हुए इस बात का ख्याल रखा जाना चाहिये कि अनुमानित राशि का मान व्यावहारिक दृष्टि से संभव भी है या नहीं।

गति के संदर्भ में एक आलेख गति को दर्शाती एक सचित्र व्याख्या प्रस्तुत करता है। शोध से पता चलता है कि अकसर ही छात्रों के बीच इस तरह की व्याख्या को लेकर गलतफ़हमियां पाई जाती हैं जिसके चलते वो एक आलेख को ऐसा नक्शा मान बैठते हैं जो उस असली रास्ते को दर्शाता है जिस पर गति हूई है। आलेख के दोनों छोर के बिंदुओं को अकसर ही या तो वो यात्रा का शुरुआती व अंतिम पड़ाव मान लेते हैं, या रास्ते का अंत। ढ़लवा रेखाओं को वो सड़क की ढ़लान मान लेते हैं व जिन बिंदुओं पर ढ़लान में बदलाव आ रहा हो उसे रास्ते का मोड़। इस मुद्दे पर हमने पहले भी मुख्य भाग में रितु की महल की यात्रा वाले उदाहरण के दौरान चर्चा की है। आप भी आगे दिये गये उदाहरण की मदद से यह जांच सकते हैं कि छात्र एक आलेख व नक्शे का भेद समझते हैं या नहीं। आलेखों की मदद से गति को समझने की दिशा में आगे बढ़ने से पहले इस बुनियादी फर्क को जानना बहूत जरूरी है। हमारा तो यह सुझाव होगा कि पहले छात्रों से चर्चा कर उनकी वर्तमान समझ जानने की कोशिश की जाये व आगे बढ़ने से पहले इसी प्रक्रिया के दौरान उनकी गलतफहमी दूर की जायें।

आइये हम एक उदाहरण लेते हैं जिसमें मुन्नी अपने घर से स्कूल की तरफ जा रही है। अगले पन्ने (?) में दाहिने ओर दिया गया चित्र मुन्नी व स्कूल के बीच के रास्ते को दर्शाते नक्शे का है। वहीं बाईं ओर इस यात्रा का दूरी-समय आलेख दिया गया है। यह आलेख हर 2 मिनट के बाद लिये आंकड़ों पर आधारित है। इन आंकड़ों को आलेख पर बिंदुओं से दिखाया गया है। इन दो चित्रों के

आधार पर, आगे दिये सवालों के जवाब दीजिये:

1. क्या आप नक्शे को देखकर बता सकते हैं कि मुन्नी को घर से स्कूल तक पहुंचने में कितना समय लगा?
2. क्या दूरी-समय ग्राफ़ के आधार पर आप यह बता सकते हैं कि घर से स्कूल तक के रास्ते में कितने मोड़ हैं, या ये कि किस जगह पर रास्ता और नदी एक -दूसरे को काटते हैं?
3. मुन्नी ने अपनी यात्रा के दौरान 8वें मिनट से लेकर 10वें मिनट के बीच कितनी दूरी तय की?
4. क्या मुन्नी ने हर दो मिनट के अंतराल में समान दूरी तय की?

चित्र 7: मुन्नी के द्वारा तय की गई दूरी बनाम लिया गया समय

चित्र 8: मुन्नी के घर से उसके स्कूल तक के रास्ते को दर्शाता एक नक्शा

सवाल संख्या 3 व 4 यह ध्यान में रखकर तैयार किये गये हैं कि क्या छात्र ग्राफ़ से मांगी गई जानकारी निकाल सकते हैं। अगर ऐसा करने में उन्हें दिक्कत आये तो पहले बताये गये अभ्यासों को दोबारा करना चाहिये।

## B: गति के आलेख

इस भाग में हम मुख्य भाग में दी गई गति के आलेखों के चर्चा को आगे बढ़ायेंगे।

हमने देखा कि एक दूरी-समय आलेख की ढ़लान से हम एक चलती हुई वस्तु की रफ़्तार निकाल सकते हैं। हमनें रफ़्तार व समय के लिये भी आलेख बनाया। क्या रफ़्तार-समय आलेख की ढ़लान से भी हमें कोई जानकारी मिल सकती है? हम यहां दोबारा से तालिका 10 (पेज ??) में दिये आंकड़ों को देखेंगे। यह आंकड़े बिना किसी अवरोध के नीचे कि ओर गिरती वस्तु की स्थिती व तात्कालिक रफ़्तार के हैं।

तालिका 4

| आंकड़े | समय(से) | शुरुआती बिंदु से दूरी(मी) | तात्कालिक रफ़्तार(मी/से) |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 | 10 |
| 2 | 2 | 20 | 20 |
| 3 | 3 | 45 | 30 |
| 4 | 4 | 80 | 40 |
| 5 | 5 | 125 | 50 |

इन आंकड़ो के लिये हमने जो आलेख बनाये वो ऐसे थे:

चित्र 9: दी गई गति के लिये दूरी-समय आलेख

चित्र 10: उसी गति के लिये तात्कालिक रफ़्तार बनाम समय

एक रफ़्तार-समय आलेख की ढ़लान एक समय अंतराल के दौरान आए दूरी में बदलाव व समय अंतराल के अनुपात के बराबर होगी। जोकि, सीधे तौर पर त्वरण की परिभाषा है। इसका मतलब यह हुआ कि एक रफ़्तार-समय आलेख की ढ़लान हमें त्वरण की जानकारी देती है।

चित्र 10 में दिखाये गये रफ़्तार-समय आलेख की ढ़लान निकालिये और फिर तालिका में दिये गये आंकड़ों से त्वरण की गणना कर दोनों की तुलना कर जांचिये कि क्या दोनों मान एक ही हैं।

जो अगला उदाहरण हमनें लिया है वह उन बिंदुओं को उठाने के लिये है जिनकी चर्चा हमनें अभी तक नहीं की है। मुख्य कारण सिर्फ़ इतना ही है कि यहां सिद्धांतों की समझ बनाने के लिये जिन आंकड़ों का इस्तेमाल किया गया है वे काल्पनिक हैं। लेकिन इसका मतलब यह नहीं कि यह सिद्धांत असल-जीवन में होने वाली गतियों की व्याख्या नहीं कर सकते। काल्पनिक उदाहरणों के जरिये किसी मुद्दे की बुनियादी समझ बनाने का यह भी एक तरीका है। इसके अलावा, दूरी-समय व रफ़्तार-समय के आलेख भी साथ-साथ दिये गये हैं ताकि इनके बीच के अंतर्संबंधों की समझ बनाने में मदद मिल सके। साथ ही एक और कारण यह भी है कि इस उदाहरण में रफ़्तार-समय आलेख शून्य से शुरू नहीं हो रहा, यानि कि, $x=0$ के लिये $y$ का मान शून्य नहीं है।

अपने तर्क को आगे बढाते हुए हम यह निकाल सकते हैं कि अगर रफ़्तार-समय आलेख एक सीधी रेखा हो तो विचाराधीन गति के लिये त्वरण एक समान होगा। लेकिन एक समान रफ़्तार व एक समान त्वरण होने में एक अंतर है। त्वरण का मान ऋणात्मक भी हो सकता है। तालिका 5 में एक ऐसी ही गति के लिये समय, दूरी व तात्कालिक रफ़्तार के आंकड़े दिये गये हैं। चित्र 11 में इसी गति के लिये दूरी-समय व रफ़्तार-समय आलेख दर्शाये गये हैं।

तालिका 5

| समय | दूरी | तात्कालिक रफ़्तार |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 10 |
| 10 | 95 | 9 |
| 20 | 180 | 8 |
| 30 | 255 | 7 |
| 40 | 320 | 6 |
| 50 | 375 | 5 |
| 60 | 420 | 4 |
| 70 | 455 | 3 |
| 80 | 480 | 2 |
| 90 | 495 | 1 |
| 100 | 500 | 0 |

चित्र 11: ऋणात्मक त्वरण वाली एक गति को दर्शाते आलेख

आप देख सकते हैं कि किसी भी राशि के साथ इकाई नहीं दी गई है क्यूंकि यहां सिद्धांतों की समझ बनाने के लिये काल्पनिक आंकड़ों का इस्तेमाल किया गया है। आप अपने से आंकड़ो का आलेखन कर देख सकते हैं कि आपको भी चित्र 11 जैसे ही आलेख मिले। आइये देखते हैं कि इन आलेखों से हमें क्या बतलाते हैं:

1. समय की शुरूआत यानि कि t=0 पर तय की गई दूरी शून्य है। इसके मायने हुए कि हम t=0 समय पर वस्तु की स्थिति को संदर्भ बिंदु मान सकते हैं।
2. हालांकि तय की गई दूरी t=0 पर शून्य है लेकिन रफ़्तार शून्य नहीं है (देखें पहला आंकड़ा)।
3. जैसे-जैसे समय बढ़ रहा है रफ़्तार कम होते-होते शून्य की तरफ़ जा रही है। साथ ही, दूरी भी उस समय तक ही बढ़ रही है जब तक रफ़्तार शून्य नहीं हो गई।

अगर इसके बाद रफ़्तार शून्य ही रहती है तो ऐसी स्थिति में आलेख कुछ ऐसे दिखेंगे:

चित्र 12

जैसा कि आप देख सकते हैं रफ़्तार के शून्य हो जाने के बाद, तय की गई दूरी में कोई बदलाव नहीं आ रहा व उसकी बढ़त रूक गई है।

आगे कुछ गतियों के लिये दूरी-समय व रफ़्तार-समय आलेख दिये गये हैं। आप इनके आधार पर गति के बारे में क्या जान सकते हैं?

चित्र 13: दूरी-समय व रफ़्तार-समय आलेख

**एक नज़र खबर पर**

अगर आप ऐसा मानते हैं कि दूरी-समय आलेख केवल किताबों में ही पाया जाता है तो ज़रा 2009 की इस खबर पर नज़र डालिये।

इलाहाबाद: आधुनिक तकनीकों को लगातार अपनाने के प्रयास में लगे उत्तर-मध्य रेलवे का इलाहाबाद डिवीजन अब ट्रेनों के आवागमन पर नज़र रखने के लिये कम्प्यूटरीकृत आलेखन की मदद लेगा। इससे इलाहाबाद डिवीजन, जोकि मुगलसराय से लेकर दिल्ली के नज़दीक गाजियाबाद तक फैला हुआ है, से गुजरने वाली गाड़ियों की बेहतर व सुरक्षित आवाज़ाही सुनिश्चित होगी। ट्रेनों का कम्प्यूटरीकृत आलेखन वास्तविक समय प्रणाली पर आधारित 24*7 चलने वाली एक ऐसी व्यवस्था है जिसे इसलिये तैयार किया गया है कि यातायात नियंत्रण कार्यों का प्रबंधन करने में आसानी हो व साथ ही इसमें उपलब्ध बेहतर निर्णय लेने के तरीकों से ट्रेनों को समय का पाबंद बनाया जा सके। नियंत्रण चार्ट, जोकि असल में किसी ट्रेन की गति का समय-दूरी आलेख होते हैं व खंड नियंत्रकों द्वारा उपयोग में लाये जाते हैं, फिलहाल इंसानों द्वारा ही बनाये व समझे जाते हैं। ट्रेन संचालन पूरी तरह स्वचालित करने की दिशा में लिये गये इस कदम के चलते अब नियंत्रण चार्ट बनाने और उसके विश्लेषण की प्रक्रिया पूरी तरह से कम्प्यूटरीकृत होगी। यह प्रणाली ट्रेनों के आवागमन के लिये चार्ट बनाने के साथ-साथ नई ट्रेनों के लिये स्वचालित व कुशल तरीके से रास्तों की भविष्यवाणी करती है। कम्प्यूटरीकृत चार्टिंग करते समय मेल/एक्सप्रेस गाड़ियों लाल लाइनों के साथ दिखाया जाता है, माल गाड़ियों हरी लाइनों के साथ दिखाया जाता है, जबकि यात्री गाड़ियों कॊ नीली लाइनों के साथ चित्रित किया जाता है। जैसे ही एक ट्रेन किसी स्टेशन से गुजरती है, खंड नियंत्रक को इस बात की जानकारी उस स्टेशन के स्टेशन मास्टर के द्वारा दे दी जाती है। जिसके बाद खंड नियंत्रक उस जानकारी को एक आलेख, जिसे मास्टर चार्ट कहते हैं, पर नोट कर लेता है। तय की गई दूरी को (किमी में) x-अक्ष पर दर्शाया जाता है और समय को y-अक्ष पर। x-अक्ष पर खंड विशेष में पड़ने वाले तमाम स्टेशनों का ब्यौरा दिया होता है। जैसे-जैसे ट्रेन अपने रास्ते में पड़ने वाले स्टेशनों से गुजरती जाती है, खंड नियंत्रक आलेख में जानकारी जोड़ता जाता है व अलग-अलग स्टेशनों पर ट्रेन के पहुंचने के समय को रिकार्ड करता जाता है।

जब अगली बार आप किसी स्टेशन पर ट्रेन का इंतजार करते हुए ऊब रहे हों तो स्टेशन

## मापन: सीमाएं वा त्रुटियां

यह परिशिष्ट शिक्षकों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है। इसीलिये इसमें उठाये गये विषय भी थोड़ा उच्च-स्तरीय है। हालांकि, इस विषय की समझ काफी जरूरी है ताकि शिक्षक इस किताब में सुझाई गई गतिविधियों का भली-भांति संचालन कर सकें व छात्रों के बीच उन सवालों पर भी समझ बना सकें जोकि किसी मापन के दौरान उठ सकते हैं।

इस किताब में कई जगहों पर हमने मापन की बात की है। साथ ही हमने उन सावधानियों पर भी बात की है जोकि किसी भी मात्रा के मापन के दौरान रखी जानी चाहिये। इन सबके बावजूद, क्या आपने कभी गौर किया है कि अगर हम एक ही मात्रा का मापन एक सी परिस्थितियों में एक से अधिक बार करें तो वो माप पूरी तरह मेल नहीं खाते? मापन के दौरान आने वाली यह एक बहुत ही आम दिक्कत है, लेकिन छात्र इसे तब ही समझ सकते हैं जब उन्होंने अपने हाथों से ही कुछ मात्राओं को मापा हो। इसी के चलते हमने बार-बार इस बात पर जोर दिया है कि कक्षा में हर एक बच्चे को मात्राओं को मापनें का मौका दिया जाना चाहिये। मापन एक बहुत ही खास हुनर है। लेकिन अकसर ही यह बात ऊभर कर सामने नहीं आ पाती, जिस वजह से मापन से जुड़े कई वैचारिक मुद्दों पर हमारा ध्यान ही नही जाता।

सबसे पहले तो यही मुद्दा ले लीजिये कि क्या एक मापनी के सहारे हम कोई भी लम्बाई या एक स्टापवाच से किसी भी समय-अंतराल को माप सकते हैं। या फिर पिछले पैराग्राफ़ में उठाया गया चक्कर में डालने वाला अवलोकन कि क्यों एक ही परिस्थिती में लिये गये एक ही मात्रा के कई माप पूरी तरह मेल नहीं खाते? आखिर जिस मात्रा को हम माप रहे हैं, जैसे लम्बाई या समय-अंतराल, उसका कोई तो पक्का (स्पष्ट) मान होगा। तो फिर इन अलग-अलग मापों में से किस माप को लिया जाना चाहिये, उनमें से कौन सा माप सबसे सही होगा, या किन मापों को सिरे से खारिज़ कर दिया जाना चाहिये? मापन से जुड़े ये सवाल काफी महत्वपूर्ण हैं। हम शुरुआत करेंगे इस सवाल से आखिर मापन की सीमाएं क्या हैं, जिसके बाद हम उन त्रुटियों व उनके कारकों पर बात करेंगे जोकि मापन के दौरान आ सकती हैं।

### मापन की सीमाएं:

एक उपकरण की मदद से किसी मात्रा के किये जाने वाले मापन की सीमाएं या हद मुख्य तौर पर दो वजहें तय करती हैं: पहला खुद उपकरण की अपनी सीमाएं, और दूसरा उपकरण के इस्तेमाल या प्रबंधन की सीमाएं। आइये, इन पर विस्तार से समझ बनाने की कोशिश करते हैं।

मापन के हर एक उपकरण से जुड़ी एक नीचली सीमा होती है जोकि उस उपकरण से मापी जा सकती है। इससे छोटी मात्रा को उस उपकरण से नहीं मापा जा सकता। उदाहरण के तौर एक 15 सेमी लम्बी मापनी, जिसका इस्तेमाल हम प्राय: ही लम्बाई नापने के लिये करते हैं, से 1 मिमी से

छोटी लम्बाई को नहीं मापा जा सकता। आपकी कलाई-घड़ी एक सेकेंड या उससे अधिक का समय-अंतराल ही माप सकती है, उससे कम नहीं। वह छोटी से छोटी मात्रा जोकि किसी उपकरण से पुख्ता तरीके से मापी जा सके उपकरण का 'अल्पतमांक' कहलाती है। अगर आपकी मापनी पर सबसे छोटे चिन्ह 1 सेमी की दूरी पर हों तो उसका अल्पतमांक 1 सेमी होगा। वहीं अगर दो अगल-बगल के चिन्हों के बीच की दूरी 1 मिमी हो तो, मापनी का अल्पतमांक 1 मिमी होगा। इसका मतलब हुआ कि अगर आपको 1 मिमी से कम लम्बाई की कोई वस्तु को मापना हो तो ये मापनी आपके किसी काम की नहीं। उपकरण की सीमा, जिसका जिक्र हमनें पहले ही किया, से हमारा यही मतलब है। छात्रों को अल्पतमांक की अवधारणा समझाने के लिये उनसे मापनी की मदद से ठीक 3.41 सेमी लम्बी एक लकीर बनाने को कहिये, ताकि वो उसमें आने वाली दिक्कत को समझ सकें।

ये तो बात हुई अल्पतमांक की। पर जरूरी नहीं कि आप किसी उपकरण की मदद से उसके अल्पतमांक के बराबर का माप ले सकें। जी हां, ये संभव है। इसका बहुत ही अच्छा उदाहरण है स्टापवाच। जिस स्टापवाच का इस्तेमाल हम लोग करते हैं, उसका अल्पतमांक होता है 1 सेंटी-सेकेंड (सेकेंड का 100वां हिस्सा)। यानी कि इस स्टापवाच की मदद से 1 सेंटी-सेकेंड का समय-अंतराल मापा जा सकना चाहिये। लेकिन एक आम इंसान के लिये स्टापवाच को चालू और बंद करने में ही 15 से 20 सेंटी-सेकेंड का समय लग जाता है। इसलिये, आप चाहकर भी उपकरण की क्षमता होने के बावज़ूद इससे कम समय-अंतराल को नहीं माप सकते। ये उपकरण के इस्तेमाल या प्रबंधन की सीमाएं हैं।

**मापन की सत्यता (यथार्थता):**

अगर मापी जाने वाली मात्रा उपकरण के अल्पतमांक व उसके इस्तेमाल की सीमा में भी हो तब भी हमें जो नतीजे मिलेंगे वो जरूरी नहीं कि सही हों। ऐसा उन अन्य तमाम त्रुटियों व खामियों की वजस से हो सकता है जोकि किसी प्रयोग के दौरान आ सकती हैं। मापन के दौरान हो सकने वाली इन त्रुटियों को हम प्रमुख तौर पर दो अलग-अलग श्रेणियों में बांटकर समझ सकते हैं: नियमित या क्रमबद्ध त्रुटियां व अनियमित या यादृच्छिक त्रुटियां।

**नियमित या क्रमबद्ध त्रुटियां**

नियमित या क्रमबद्ध त्रुटियां वो हैं जोकि एक दोषपूर्ण प्रायोगिक विन्यास (experimental setup) या उपकरण की वजह से होती हैं।

a) एक दोषपूर्ण प्रायोगिक विन्यास की वजह से होने वाली क्रमबद्ध त्रुटियां:

मान लीजिये कि आनत तल वाले प्रयोग में, तख्ता कुछ इस तरह से रखा गया है कि गेंद सीधे लुढ़कने की बजाये तेढ़ी यानी कि अगल-बगल के किनारों की तरफ़ जाती है। अब इस स्थिती में हम जो समय मापेंगे, वो तो उस दूरी को तय करने में लगा समय नहीं होगा जोकि हमने तख्त पर लाइनों के मदद से दर्शाई है। साफ़ ज़ाहिर है कि हमारे नतिजों पर भी इस गलती का असर

पड़ेगा। इसीलिये, हमें इस तरह की क्रमबद्ध त्रुटियों को पहले ही पहचान कर सुधार लेना चाहिये। जैसा कि आनत तल वाले प्रयोग में, प्रयोग की शुरुआत में आपको तख्त को ऐसे रखना होगा जिससे गेंद सीधे नीचे की ओर लुढ़के।

b) एक दोषपूर्ण उपकरण की वजह से होने वाली क्रमबद्ध त्रुटियां:

अगर उपकरण के अंशाकन में गड़बड़ी हो तो भी उपकरण के द्वारा ली गईं रीडिंग गलत होंगी। अगर मात्रा की उपकरण द्वारा मापी गई माप व असल माप में अंतर हर दफ़े असल माप के समानुपात में हो तो इस त्रुटि के होने की संभावना हो सकती है। उदाहरण के तौर पर, अगर एक मापनी पर गलती से एक इंच का हर निशान असल 1 इंच से 5% छोटा हो, तो इस मापनी से खींची गई एक 4 इंच की रेखा व असल 4 इंच की रेखा में 5% का अंतर होगा। ठीक उसी तरह एक 6 इंच की माप व असल 6 इंच की माप के बीच 5% का फ़र्क होगा।

लेकिन ये जरूरी नहीं कि इस तरह की गलती केवल की वजह से ही हो। ये भी हो सकता है कि उपकरण में कोई विकृती आ गई हो -- जैसे कि अगर एक लकड़ी की मापनी किसी वजह से थोड़ी तेढ़ी हो जाये तो इससे लिये गये माप हमेशा ही गलत होंगे।

एक अन्य तरह की क्रमबद्ध त्रुटि जो मापन में हो सकती है वो है शून्यांक-त्रुटि। ये त्रुटि तब आती है जब उपकरण का संदर्भ-बिंदु जिसे उपकरण का 'शून्य' कहते हैं गलत हो। उदाहरण के तौर पर अगर आपने एक थागे की लम्बाई नापते समय थागे का एक छोर मापनी के '1 सेमी' के चिन्ह पर व दूसरा छोर '10 सेमी' पर रखा हो तो थागे कि लम्बाई 10 सेमी नहीं होगी। इस मामले में थागे की लम्बाई दोनों छोरों के समरूपी मापनी के चिन्हों के अंतर के बराबर होगी यानी कि: 10 सेमी- 1 सेमी = 9 सेमी। अकसर ही छात्र यह गलती कर बैठते हैं। इस मामले में, मापी गई हर एक लम्बाई व असल माप का अंतर एक नियत मात्रा, यानी कि 1 सेमी, होगा। इसका यह मतलब हुआ कि अगर आप एक माप 0 सेमी को संदर्भ मानकर लेते हैं व बाकि ऊपर बतलाये गये उदाहरण की तरह किसी और ही संदर्भ बिंदु से, तो माप की गणना उसी बिंदु के हिसाब से की जानी चाहिये जिसको उस मौके पर संदर्भ-बिंदु के तौर पर लिया गया हो।

क्रमबद्ध त्रुटियों का पता लगाना हमेशा आसान नहीं होता, लेकिन इनको सही किया जा सकता है अगर हम पहले ही इन त्रुटियों के संभावित कारणों को लेकर सावधानी बरतें व उन्हें पहचानने की कोशिश करें। उसके बाद प्रायोगिक विन्यास या इस्तेमाल किये जाने वाले उपकरण में जरूरी बदलाव किये जा सकते है। प्रयोग के दौरान लिये आंकड़े विश्वास-योग्य हों, इसके लिये जरूरी है कि उपकरणों का अंशाकन भली-भांति कर लिया जाये।

**अनियमित या यादृच्छिक त्रुटियां**

यादृच्छिक त्रुटियां वो होती हैं जोकि अप्रत्याशित हों। जब भी हम किसी प्रयोग के दौरान कुछ आंकड़े इकठ्ठे करते हैं तो ऐसा कुछ खास परिस्थितियों में होता है। लेकिन इन परिस्थितियों पर

पूरी तरह हमारा नियंत्रण नहीं होता है, इसीलिये चाहकर भी हम प्रयोग को ज्यों का त्यों दोहरा नहीं सकते। जिसके चलते एक ही प्रयोग के अलग-अलग आंकड़ों में फ़र्क आता है।

हम दोबारा उसी आनत तल वाली गतिविधि को लेते हैं। इस गतिविधि में गेंद के द्वारा तख्ते पर चिन्हित किये गये हिस्सों को पार करने वाले समय को स्टापवाच की मदद से मापना होता है। लेकिन ऐसा करना बहुत मुश्किल है क्यूंकि एकदम उसी क्षण स्टापवाच को चालू या बंद करना जबकि गेंद एक हिस्से में क्रमश: घुसना शुरू कर रही हो या निकल रही हो, संभव नहीं है। जो व्यक्ति स्टापवाच लेकर उसे चालू या बंद कर रहा है उसका भी अपना एक minimum reaction time है। इस तरह की त्रुटि को सिर्फ़ प्रयोग को कई बार दोहराकर व उनका औसत मान का इस्तेमाल कर ही कमतर किया जा सकता है। सांख्यिकी की बुनियादी समझ से हमें यह पता चलता है कि जैसे-जैसे हम आंकड़ो की संख्या बढ़ाते हैं उनका औसत मात्रा के सही मान के नज़दीक पहुंचता जाता है। तो, अगर आपने 8-10 दफ़े आंकड़े इकठ्ठे किये हैं तो उनके औसत से आप सही मान के आस-पास तक पहुंच सकते हैं। अपने-आप में इनमें से कोई भी आंकड़ा एकदम सही नहीं होगा, हां इनका औसत इन सबसे बेहतर होगा।

नीचे दी गई टेबल (तालिका) में नमूने के तौर पर आनत तल वाली गतिविधि के लिये आंकड़े दर्शाये गये हैं। 45 सेमी लम्बे दो हिस्सों को पार करने में गेंद को लगने वाले समय को निकालने के लिये प्रयोग को 10 दफ़े दोहराया गया है। (R1, R2 इत्यादी अलग-अलग आंकड़ों को दर्शा रहे हैं):

तालिका 1

| | R1 | R2 | R3 | R4 | R5 | R6 | R7 | R8 | R9 | R10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| पहला भाग | 1.06 | 1.06 | 1.07 | 1.03 | 1.03 | 1.05 | 1.11 | 1.00 | 1.01 | 1.07 |
| दूसरा भाग | 0.74 | 0.66 | 0.72 | 0.63 | 0.73 | 0.74 | 0.68 | 0.70 | 0.75 | 0.70 |

हम मानकर चलते हैं कि समय को नोट करने वाले व्यक्ति उपकरण का इस्तेमाल करना व उसकी सीमाओं को समझता होगा व आंकड़े इकठ्ठे करते समय उसने पूरी सावधानी बरती होगी। आप देख सकते हैं कि किसी भी भाग के लिये आंकड़े एक जैसे नहीं हैं। अगर हम इन आंकड़ों को चित्र पर दर्शाये तो पायेंगे कि इन आंकड़ों व इनके औसत के बीच का अंतर धनात्मक भी है व ऋणात्मक भी -- यानी कि कुछ आंकड़े औसत से ज्यादा हैं तो कुछ औसत से कम।

ग्राफ़ में दिखाये गये भूरी पट्टी पहले हिस्से को तय करने में लगे समय को दर्शा रही है व काली पट्टी दूसरे हिस्से के। पहले हिस्से को पार करने में लगे समय का औसत 1.05 सेकेंड आता है व दूसरे का 0.71 सेकेंड। अगर आप आंकड़ो के इन औसतों को दर्शाती दो क्षैतिज रेखायें ग्राफ़ पर बनायें तो आप औसत से इन आंकड़ो का अंतर देख सकते हैं।

हमारी अथक कोशिशों के बावजूद भी हम इन आंकड़ो के बीच की असमानता को पूरी तरह नहीं हटा सकते। हालांकि प्रयोग को 8-10 दफ़े दोहराकर इसे कम जरूर किया जा सकता है। इसका मतलब हुआ कि मापन में कुछ ना कुछ कमी या त्रुटि तो हमेशा ही रहेगी। अब अगर आप यह

जानना चाहें कि प्रायोगिक मान अनुमानित मान के कितना करीब है, यानी कि अगर आप इस त्रुटि की मात्रात्मक समझ बनाना चाहें, तो यह आसानी से किया जा सकता है। ऐसा करने में आमतौर पर प्रायोगिक त्रुटि को दर्शाने के लिये इस्तेमाल की जाने वाली अवधारणा 'प्रतिशत त्रुटि' आपकी मदद कर सकती है। प्रायोगिक मान व अनुमानित मान के अंतर और अनुमानित मान के अनुपात को हम आपेक्षिक त्रुटि कहते हैं। जब इसे प्रतिशत में व्यक्त करते हैं यो हमें प्रतिशत त्रुटि मिलती है । गणितीय तरीके से :

प्रतिशत त्रुटि = (प्रायोगिक मान - अनुमानित मान)*100/अनुमानित मान

जैसा कि आप देख सकते हैं, इस अवधारणा का इस्तेमाल करने के लिये जरूरी होगा कि सैद्धांतिक या अनुमानित मान हमें पहले से ही पता हो। हमेशा ही ऐसा नहीं होता। हां आप कुछ ऐसे प्रयोग तैयार कर सकते हैं, जिनमें अनुमानित मान हमें पहले से ही पता हो, जैसे कि गुरूत्वाकर्षण की वजह से लगने वाला त्वरण निकालने का प्रयोग। इस प्रयोग में हमें त्वरण का सैद्धांतिक मान पता है -- 9.8 मी/से^2। ऐसे प्रयोग प्रमाणीकरण या सत्यापन प्रयोग कहलाते हैं। अगर उस प्रयोग में, त्वरण का प्रायोगिक माप 9.6 मी/से^2 आता है तो, प्रतिशत त्रुटि होगी --

% त्रुटि = (9.6-9.8)/9.8 *100
= 2 % (लगभग)

अगर आपको % त्रुटि का मान ज्यादा मिलता है ( मान लीजिये 10 %), तो आपको प्रयोग अपना प्रयोग दोहराना चाहिये -- प्रयोग तैयार करने से लेकर आंकड़े लेने तक।

ऐसा प्रयोग करते हुए जिसमें अनुमानित मान पहले से ना पता हो, तो हमें आंकड़ो के फैलाव (विस्तार) की पड़ताल करनी होगी। अगर, विस्तार औसत माप के 10 % से ज्यादा हो तो हमें प्रयोग दोबारा से करना होगा।

प्रतिशत त्रुटि = (अधिकतम मान - औसत मान)*100/औसत मान

इस प्रकार, हमने देखा कि उपकरणों की सीमा में काम करने व तमाम सावधानियां बरतने के बावज़ूद भी हम त्रुटियों को पूरी तरह से हटा नहीं सकते। कक्षा में मापन पर चर्चा के दौरान छात्रों के बीच यह बात दृढ़ता से रखनी चाहिये कि मापन के दौरान आंकड़ो में हमेशा ही विवधिता होती है। आप कुछ और मापन की गतिविधियां सोच सकते हैं जिसमें मिले आंकड़ों की मदद से आप छात्रों के बीच इससे जुड़ी अवधारणाओं पर चर्चा कर सकते हैं। इनमें से एक गतिविधि एक टेबल की लम्बाई नापने से जुड़ी हो सकती है। आप छात्रों से उन बुनियादी सावधानियों पर बात-चीत कर सकते हैं जोकि लम्बाई मापने के दौरान रखी जानी चाहिये। जिसके बाद आप छात्रों से जितना संभव हो उतनी सावधानी से सही माप लेने के लिये कह सकते हैं। जब सभी बच्चों ने अपने-अपने माप ले लिये हों तो उन सभी के द्वारा लिये गये आंकड़ों की विवधिताओं और त्रुटियों व सत्यता जैसे मुद्दों पर चर्चा कर सकते हैं।

# परियोजनाओं के लिये कुछ सुझाव

नीचे दिये गये परियोजनाओं का मकसद छात्रों को इन परियोजनाओं के दौरान उठे सवालों को हल करने के लिये अपने प्रयोग तैयार करने का मौका देना है।

## औसत रफ़्तार का मापन

आप छात्रों से ऐसे प्रयोग तैयार करने के लिये कह सकते हैं जिसमें किसी चल रही वस्तु के लिये औसत रफ़्तार निकालनी हो। ऐसी कुछ वस्तुओं के उदाहरण नीचे दिये गये हैं। ये हो सकता है कि माथा-पच्ची करने के बाद छात्रों को यह एहसास हो कि आस-पास मौजूद उपकरणों की मदद से कुछ वस्तुओं की रफ़्तार मापना संभव नहीं होगा। लेकिन अपने आप में यह भी एक अच्छा सवाल होगा कि पता लगाया जाये कि मौजूदा उपकरणों से कौन सी रफ़्तार नहीं मापी जा सकतीं और क्यूं। इस बात पर भी चर्चा कीजिये कि इन प्रयोगों में किस तरह की खामियां हो सकती है व उन्हें कैसे कम किया जा सकता है। (मान लीजिये कि यह सभी वस्तुएं एक सीधी रेखा में चल रही हैं)

1.मैदान के छोर से विकेट-कीपर के तरफ़ फेंकी गई गेंद
2.हवा
3.उड़ते हुए बादल
4.बारिश की बूंद
5.दो स्थिर बिंदुओं के बीच तेज़ी से आगे-पीछे होता हाथ
6.लहराते हुए बल्ले का छोर
7.समतल पर चलता, सीढ़ियों से ऊपर जाता व नीचे आता हुआ एक व्यक्ति
8.बंद और खुलते हुए कैमरे का शटर
9.बढ़ते हुए नाखून का छोर
10.उड़ती हुई चीड़िया
11.नाली से बहता पानी
12.एक गिटार की कांपती हुई तार का केंद्र

## त्वरण का मापन

1. आनत तल (Inclined plane) से गेंद लुढ़काने के प्रयोग जो आप लोगों ने लिये, उसमें गेंद का त्वरण निकालने के तरीके सुझाइये।

2. अगर हम यह मान लें कि साईकिल का ब्रेक लगाने पर एक समान अवत्वरण लगता है तो क्या आप ऐसे प्रयोग तैयार कर सकते हैं जिससे वह अवत्वरण मापा जा सके?

## 20 मीटर की दौड़ के लिये औसत रफ़्तार निकालना

यह गतिविधि एक खुली जगह में की जानी चाहिये जिससे दौड़ने के लिये पर्याप्त जगह मिल सके। किसी एक बच्चे से एक सीधी रेखा में 20 मीटर दौड़ाने को कहिये। इसके लिये जरूरी होगा कि 20 मीटर की दूरी मापकर, दौड़ शुरू व खत्म करने की जगह निर्धारित कर दी जायें। एक और छात्र से स्टापवाच लेकर आखिरी छोर पर खड़े होने के लिये कहिये। ये छात्र दौड़ने वाले छात्र को दौड़ शुरु करने का इशारा करेगा। इसके साथ ही स्टापवाच चालू कर समय मापना शुरू कर देगा। जैसे ही दौड़ खत्म होगी, उसे स्टापवाच रोककर दौड़ में लगे समय को नीचे दिखाये गई तालिका में नोट कर लेना होगा।

तालिका 1

| संख्या | नाम | कुल दूरी (मी) | समय (से) | औसत रफ़्तार |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 20 | | |
| 2 | | 20 | | |
| 3 | | 20 | | |
| 4 | | 20 | | |
| 5 | | 20 | | |

यह गतिविधि बाकी गतिविधियों से अलग है, क्यूंकि इसे खुले मैदान में करना है। जब बच्चे कक्षा के माहौल से बोर होने लगें तो यह अपने आप में काफी मजेदार खेल भी हो सकता है। एक बार जब रीडिंग ले ली जायें, तो इस गतिविधि से जुड़ी त्रुटियों व उन्हें दूर करने के तरीकों पर बात-चीत भी की जा सकती है।

## एक लुढ़कते हुए कंचे की रफ़्तार निकालना

इस गतिविधि के लिये छात्रों से कहिये कि 3-4 सदस्यों के समूह बना लें। हर एक समूह के बच्चों से अपने बीच में से एक बच्चे को चुनने को कहिये जोकि एक निश्चित दूरी (मान लीजिये 2 मीटर) तक कंचे को लुढ़काएगा। समय मापने के लिए पिछली गतविधि में बताए गये तरीके का इस्तेमाल कीजिये। आप चाहें तो समतल की जगह आनत तल का ऊपयोग भी कर सकते हैं। छात्रों से कहिये कि अपने आप ही कंचे की रफ़्तार मापें व इकठ्ठी किये गये आंकड़ों को अन्य साथियों से साझा करने के लिये एक तालिका में लिखें।

## पलक झपकने में लगे समय-अंतराल को मापना

यह एक मज़ेदार गतिविधि है। इसमें छात्रों को सामान्य रफ़्तार से अपनी पलकें लगातार 20 दफे झपकानी होंगी। जब एक छात्र पलकें झपका रहा हो तो दूसरे को स्टापवाच से उसमें लगने वाले समय को नोट करने के लिये कहिये। समूह के हर सदस्य से पलकें झपकाने के लिये कहिये। ऐसा करने से छात्र आपस में तुलना कर सकते हैं कि किसने ज्यादा तेजी या धीमे पलकें झपकाईं।

ये गतिविधि पिछली गतिविधियों से अलग है क्यूंकि हम इसमें रफ़्तार निकालने के लिये नहीं कह रहे। रफ़्तार निकालने के लिये तो दी गई दूरी तय करने में समय निकालते पर इस गतिविधि में तो हम यह निकाल रहे हैं कि कितने समय में एक छात्र 20 दफ़े पलकें झपकाता है। समय की एक इकाई में पलक झपकने की संख्या को हम उसकी आवृत्ति कहते हैं। आवृत्ति की अवधारणा की मदद से किसी नियतकालिक या आवधिक गति की तेज़ी या धीमेपन का अंदाज़ा लगाया जा सकता हैं।

## मिट्टी का रोल काटने में लगे समय को मापना

आवृत्ति की अवधारणा की समझ बनाने के लिये यह एक और गतिविधि हो सकती है। इस गतिविधि में गिली मिट्टी को एक बेलनाकार रूप देना है जिसकी लम्बाई 20 सेमी व गोलाई 1 सेमी व्यास की हो। उसके बाद हर एक छात्र को इस रोल को चाकू की मदद से 20 भागों में काटना होगा। साथ ही इस गतिविधि को पूरा करने में लगने वाले समय को भी नोट करना होगा। जब सभी छात्र यह गतिविधि कर चुके हों तो रोल काटने की आवृत्ति निकालने के लिये हर छात्र को रोल के काटे हुए टुकड़ों की संख्या को लगे हुए समय से विभाजित करना होगा। गतिविधि के समाप्त होने के बाद छात्रों से समय के आंकड़ों का औसत निकालने के लिये भी कहा जा सकता है।

**परिशिष्ट 5**

# कुछ सवाल अभ्यास के लिये

## वैचारिक सवाल

1. चर्चा कीजिये कि क्यों विपरीत दिशा से आती हुई ट्रेन काफ़ी तेज चलती हुई प्रतीत होती है और आपकी ट्रेन के बगल से आगे निकलती हुई ट्रेन काफ़ी धीरे।

2. तेज बारिश के बीच अमित अपनी साईकिल से स्कूल जा रहा है। बारिश से बचने के लिये उसने अपना छाता एक हाथ से पकड़ा हुआ है। तभी एक बस स्टैंड से गुजरते हुए वहां खड़े लोगों को देख वो अचरज में पड़ जाता है। वो देखता है कि स्टैंड पर खड़े लोगों ने बारिश से बचने के लिये अपना छाता सीधे ऊपर की तरफ़ पकड़ा हुआ है लेकिन उसने उसी बारिश में अपना छाता थोड़ा सामने की तरफ झुका कर थामा हुआ है। अमित सोच में पड़ जाता है कि आखिर क्यूं। क्या आपके पास है इस सवाल का जवाब?

3. अगर आपकी छोटी बहन आपसे यह सवाल पूछे कि ऊपर उड़ती चिड़िया की औसत रफ़्तार कितनी है तो आपका जवाब क्या होगा? आप कैसे जाँचेंगे कि आपका अनुमान सही है या नहीं?

4. अगर आपसे किसी वस्तु की तात्कालिक रफ़्तार, उदाहरण के लिये बंदूक की नली से निकलते समय गोली की तात्कालिक रफ़्तार, निकालने के लिये कहा जाये तो समझाईये कि आप ये कैसे करेंगे। ऐसे कौन से कारक होंगे जिन्हें जानना तात्कालिक रफ़्तार के लिये जरूरी होगा? क्या आप ऐसा करने के एक से ज्यादा तरीके सुझा सकते हैं?

5. एक पेड़ पर एक उल्लू अपनी चोंच में एक पत्थर पकड़े बैठा हुआ है। कुछ देर बाद वो पत्थर चोंच से फिसलकर नीचे गिर जाता है। नीचे गिरते हुए पत्थर की गति के बारे में यहां कुछ बातें दी गई हैं। इनमें से सही पर निशान लगाईये।

a. पत्थर की शुरूआती रफ़्तार शून्य होगी।

b. पत्थर एक सीधी रेखा में नीचे की ओर गिरेगा।

c. पत्थर एक समान गति से नीचे की ओर गिरता जायेगा, जब तक वह नीचे ज़मीन से नहीं टकराता।

d. नीचे गिरते हुए पत्थर की रफ़्तार तब तक लगातार बढ़ती जायेगी, जब तक वह नीचे ज़मीन से नहीं टकराता।

e. ज़मीन से टकराने से ठीक पहले पत्थर की रफ़्तार सबसे ज्यादा होगी।

6. अगर बन रही एक ऊंची ईमारत की चौथी मंजिल के तल से गलती से एक ईंट नीचे गिरने लगे तो शुरूआत में उसका त्वरण (acceleration) कितना होगा? ज़मीन से टकराने से ठीक पहले उसका त्वरण कितना होगा? अगर हम यह मान लें कि नीचे की हर एक मंजिल पर लगी खिड़की उस

मंजिल के तल से समान ऊंचाई पर है तो क्या नीचे गिरते हुए इन खिड़कियों के बीच की दूरी को पार करने में लगने वाला समय एक बराबर होगा? विचार कीजिये कि अगर ईंट चौथी मंजिल से ना गिरकर दंसवी मंजिल से गिरती तो क्या आपके जवाबों में अंतर होता?

7. चित्र 1 में तीन अलग-अलग तरह की ढ़लानें दिखलाई गई हैं। अगर एक गेंद इनमें से ढ़लकाई जाये तो इनमें से किस ढ़लान के लिये त्वरण समान रहेगा और किसमें ये बदलता रहेगा? अगर त्वरण बदलेगा तो वो बढ़ेगा या घटेगा?
चित्र 1:

8. नीचे दिया हुआ दूरी-समय ग्राफ़ (चित्र 2) एक सीधी रेखा में चल रही गाड़ी की गति को दर्शा रहा है। इसके आधार पर आगे दिये गये सवालों के जवाब बतलाईये:

a. किस समय-अंतराल में गाड़ी रूकी हुई है?
i. AB ii. BC iii. CD iv. DE
b. किस समय-अंतराल में गाड़ी अपनी शुरूआती स्थिती की तरफ जा रही है?
i. AB ii. BC iii. CD iv. DE
c. BC व DE में से किस समय-अंतराल में गाड़ी की रफ़्तार ज्यादा है?
i. BC ii. DE

चित्र 2: गाड़ी का दूरी-समय ग्राफ़

9. एक हेलीकाप्टर 50 किमी प्रति घंटा की समान गति से पूर्व दिशा की ओर उड़ रहा है। नीचे दिये गये चित्रों में से कौन सा ग्राफ़ हेलीकाप्टर की गति को सही तरीके से दर्शा रहा है (चित्र 3)?
a. b. c. d.

चित्र 3: हेकीकाप्टर का दूरी-समय व रफ़्तार-समय ग्राफ़

10. ये एक बहुत पुरानी कहानी है। आपने शायद इसे पहले भी कई बार सुना हो। ये कहानी है खरगोश और कछुये की दौड़ की। दोनों के बीच ये शर्त लगती है कि कौन दौड़ में जीतेगा। दौड़ शुरू होती है, और शुरुआत में खरगोश तेजी से दौड़ता हुआ कछुए से काफी आगे निकल जाता है। कछुआ अपनी सुस्त चाल से धीरे-धीरे पर लगातार चलता जाता है। दूर-दूर तक कछुआ को ना पाकर खरगोश एक पेड़ के नीचे आराम करने ठहर जाता है और उसकी आंख लग जाती है। जब खरगोश की आंख खुलती है तो वो फिर तेजी से दौड़ खत्म करने के लिये भागता है। लेकिन जब वो दौड़ खत्म करने की जगह तक पहुंचता है तो पता चलता है कि कछुआ तो उससे पहले ही वहां पहुंच कर दौड़ जीत चुका है।

कछुये और खरगोश की इस दौड़ को एक ग्राफ़ के माध्यम से दर्शाईये।

11. 2012 के ओलम्पिक खेलों में पुरुषों की 400 मीटर की बाधा-दौड़ में स्वर्ण पदक जीतने वाले धावक ने 47.63 सेकेंड का समय लिया, वहीं महिलाओं की इसी दौड़ में स्वर्ण पदक जीतने वाली

धावक ने 52.70 सेकेंड का समय लिया।

धावकों को 400 मीटर की इस दौड़ में 10 बाधाओं को पार करना था। अगर यह मान लिया जाये कि ये सभी बाधायें एक बराबर दूरी पर हैं तो किसी एक धावक के लिये रफ़्तार-समय ग्राफ़ कैसा दिखेगा? अगर इस दौड़ से बाधायें हटा ली जायें तो क्या इस ग्राफ़ में कोई अंतर आयेगा? 400 मीटर रिले दौड़ के लिये ये ग्राफ़ कैसा होगा?

12. रमेश (काले गोले) और हामिद (सफेद वर्ग) के सफर को चित्र 4 में एक दूरी-समय ग्राफ़ के जरिये दिखलाया गया है। इस ग्राफ़ के आधार पर उनके इस सफर पर एक कहानी लिखिये।

चित्र 4: रमेश और हामिद की चाल को दर्शाता दूरी-समय ग्राफ़

13. अगर आपने कभी साईकिल चलाई हो तो आपने देखा होगा कि अगर आप एक सीधी और सपाट सड़क पर समान गति से पैडल मारने में कोई दिक्कत नहीं आती। वहीं अगर आप एक ढ़लान पर ऊपर चढ़ रहे हों तो आपकी रफ़्तार कम होने लगती है और ढ़लान से नीचे उतरते हुए रफ़्तार बढ़ जाती है। चित्र 5 में कमला की एक ऐसी ही साईकिल यात्रा को एक ग्राफ़ के जरिये दर्शाया गया है। ग्राफ़ को देखते हुए यह बतलाइये कि नीचे दिये गये वाक्य सही हैं या नहीं:

चित्र 5: कमला की साईकिल यात्रा को दर्शाता दूरी-समय ग्राफ

a. कमला पहले ढ़लान पर ऊपर चढ़ने के बाद नीचे उतरी। फिर उसने थोड़ी देर रुक कर आराम किया। उसके बाद वो एक समतल सड़क पर साईकिल से आगे बढ़ गई।

b. कमला लगातार ढ़लान पर ऊपर की ओर साईकिल चलाती गई।

c. कमला पहले ढ़लान पर नीचे उतरी, फिर समतल सड़क पर आगे बढ़कर ढ़लान पर ऊपर चढ़ी। और अंत में रूक गई।

d. कमला पहले ढ़लान पर ऊपर चढ़ी। फिर अपनी थकान मिटाने के लिये उसने कुछ देर रूककर आराम किया। उसके बाद समतल सड़क पर आगे बढ़ते हुए वो ढ़लान से नीचे उतर गई।

e. इनमें से कोई नहीं।

14. क्या एक मोटरसाईकिल जो 80 किमी/घंटा की शुरुआती रफ़्तार से चल रही हो व एक कार जो 40 किमी/घंटा की शुरुआती रफ़्तार से चल रही हो, को एक बराबर त्वरण से चलाया जा सकता है?

15. एक चलती हुई वस्तु की रफ़्तार किसी एक समय पर शून्य के बराबर है। इस सन्दर्भ में इनमें से कौन सी बातें सही होंगी?

a. उस समय-विशेष पर त्वरण शून्य के बराबर होगा।

b. अगर अगले 10 सेकेंड तक त्वरण शून्य के बराबर हो तो उस समय अंतराल में रफ़्तार भी शून्य के बराबर होगी।

c. अगर अगले 10 सेकेंड तक रफ़्तार शून्य के बराबर हो तो उस समय अंतराल में त्वरण भी

शून्य के बराबर होगा।

16. इन दो स्थितियों पर गौर कीजिये: (1) पहली स्थिती में एक गेंद एक पहाड़ की ऊंचाई से किसी शुरुआती रफ़्तार से ऊपर की तरफ़ उछाली जाती है। एक ऊंचाई पर जाकर गेंद नीचे की ओर गिरने लगती है और नीचे ज़मीन से टकराती है। (2) दूसरी स्थिती में वही गेंद उसी शुरुआती रफ़्तार से नीचे की ओर फेंक दी जाती है और नीचे ज़मीन से टकराती है। इस परिस्थिती में ज़मीन से टकराने के ठीक पहले गेंद की रफ़्तार पहले की स्थिती के बराबर होगी, या उससे कम या ज्यादा?

## संख्यात्मक सवाल

17. एक 500 मीटर लंबी ट्रेन 10 मीटर प्रति सेकेंड की समान रफ़्तार से चल रही है। निकालिये कि एक 250 मीटर लम्बे पुल व एक बिजली के खम्बे को पार करने में ट्रेन को कितना समय लगेगा?

18. दो कारें एक ही शुरुआती जगह से एक ही दिशा में एक ही सड़क पर लेकिन अलग-अलग समय पर चलना शुरू करती हैं। पहली कार सुबह के दस बजे 40 किमी/घंटा की समान रफ़्तार से चलती है व दूसरी उसके एक घंटे बाद 60 किमी/घंटा की समान रफ़्तार से चलती है। यह बतलाईये कि पहली कार से आगे निकलने में दूसरी कार को कितने घंटों का समय लगेगा? इन घंटों में कारों ने कितनी दूरी तय कर ली होगी?

19. श्रेया को दो किलोमीटर का सफ़र चलकर तय करना है। वो पहले एक किलोमीटर में 6 किमी/घंटा रफ़्तार से चलती है और दूसरे एक किलोमीटर का सफ़र 8 किमी/घंटा की रफ़्तार से। अगर उसे ये दूरी उतने ही समय मे सिर्फ़ एक समान गति से चलकर तय करनी हो तो उसकी रफ़्तार कितनी होनी चाहिये? क्या ये रफ़्तार पहली दो रफ़्तारों के औसत के बराबर होगी?

20. इन दो उदाहरणों में आपकी औसत रफ़्तार क्या होगी?

a. आप 5 मीटर/सेकेंड की रफ़्तार से 100 मीटर दौड़ते हैं और फिर 1 मीटर/सेकेंड की रफ़्तार से 100 मीटर तक चलते हैं।

b. आप 5 मीटर/सेकेंड की रफ़्तार से 100 सेकेंड तक दौड़ते हैं और फिर 1 मीटर/सेकेंड की रफ़्तार से 100 सेकेंड तक चलते हैं।

21. नीचे दी गई तालिका में एक समान रफ़्तार से चलती हुई एक वस्तु के द्वारा तय की गई दूरी चार जगहों पर दिखाई गई है।

तालिका 1

| दूरी(सेमी) | समय (सेकेंड) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 3 | 9 |
| 5 | 15 |
| 7 | 21 |

बतलाइये कि,

a. 20वें सेकेंड में वो वस्तु किस रफ़्तार से चल रही थी?

b. 18 सेकेंड के बाद वस्तु के द्वारा कितनी दूरी तय कर ली गई थी?

22. एक बस अपनी रफ़्तार 5 सेकेंड के अंदर 60 किमी/घंटा से 70 किमी/घंटा कर लेती है। ठीक उतने ही समय में एक साईकिल चालक अपनी रफ़्तार शून्य से 10 किमी/घंटा कर लेता है। इन दोनों में किसका त्वरण ज्यादा है?

23. कमल और सोना ने स्कूल के बाद रामू की मिठाई की दुकान जाने की योजना बनाई। स्कूल के बाद जैसे ही दोनों निकलने को हुए, उनके शिक्षक ने सोना को बुलवा लिया। सोना को वहीं छोड़ कमल दुकान के लिये निकल पड़ा। कुछ देर बाद ही पीछे से सोना दौड़ती हुई आई और कमल तक पहुंच गई। फिर दोनों साथ-साथ रामू की दुकान गये और वहां जलेबियां खाईं। ये पूरा वाक्या एक ग्राफ़ के माध्यम से चित्र 6 में दर्शाया गया है। ग्राफ़ को देखते हुए इन सवालों के जवाब दीजिये:

चित्र 6: कमल और सोना की स्कूल से रामू की मिठाई की दुकान तक की यात्रा को दर्शाता दूरी-समय ग्राफ़

a. स्कूल से लेकर मिठाई की दुकान तक पहुंचने के दौरान कमल की औसत रफ़्तार क्या थी?

b. सोना और उसके शिक्षक के बीच कितने देर तक बात-चीत हुई?

c. कमल तक पहुंचने में सोना को कितना समय लगा?

d. दौड़ने के दौरान सोना की औसत रफ़्तार क्या थी?

e. कमल तक पहुंचने में सोना ने स्कूल से कितने दुरी तय की?

f. स्कूल से लेकर मिठाई की दुकान तक की कुल दूरी कितनी है?

g. कमल और सोना कुल कितनी दूरी तक साथ पैदल चले?

h. कितने समय तक वो दोनों साथ-साथ चले?

24. शायद आपने उस कछुए की कहानी सुनी होगी जिसने आसमान में उड़ान भरी। दो हंसों ने एक छड़ के दोनों हिस्सों को अपनी-अपनी चोंच में दबा लिया और कछुआ उस छड़ को अपने दांतों से पकड़कर लटक गया। जब दोनों हंस साथ में उड़े तो कछुए महाशय की भी आसमानी सैर हो गई। जब हंस एक सुंदर तालाब के ऊपर 180 मीटर की ऊंचाई पर उड़ रहे थे तो नीचे का नजारा देखकर कछुआ पूरी तरह मंत्रमुग्ध हो गया और उसके मुंह से निकला, "वाह!"। आगे जो हुआ उसका अंदाजा तो आप लगा ही सकते हैं। पर समझने के लिये उस गिरते हुए कछुए की गति को तालिका 2 में दर्शाया गया है।

तालिका 2

समय (सेकेंड) नीचे गिरते हुए तय की गई दूरी(मी.)

| | |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 5 |
| 2 | 20 |
| 3 | 45 |
| 4 | 80 |
| 5 | 125 |
| 6 | 180 |

a. कछुए की गति को एक ग्राफ़ में दर्शाइये।

b. ग्राफ़ कैसा दिखाई देता है?

c. क्या इस ग्राफ़ के आधार पर आप यह बतला सकते हैं कि कछुए की गति समान थी या असमान?

d. 180 मीटर की ऊंचाई से नीचे तालाब में गिरने में कछुए को कितना समय लगा?

e. नीचे गिरते हुए कछुए की औसत रफ़्तार क्या रही?

f. क्या आप समय t = 2 सेकेंड पर कछुए की रफ़्तार बतला सकते हैं?

25. एक चलती हुई वस्तु की गति का सावधानीपूर्वक विश्लेषण करने के बाद जो जानकारी मिली उसे चित्र 7 में एक ग्राफ़ में दर्शाया गया है। ग्राफ़ को देखते हुए इन सवालों के जवाब दीजिये:

चित्र 7: एक वस्तु की गति दर्शाता दूरी-समय ग्राफ़

a. किस समय वस्तु की रफ़्तार सबसे ज्यादा थी? और उसका मान कितना था?

b. किस समय या समय-अंतराल में रफ़्तार सबसे कम थी? और उसका मान क्या था?

c. t=1 सेकेंड पर रफ़्तार कितनी थी?

d. t=8 सेकेंड पर रफ़्तार कितनी थी?

e. t=7 सेकेंड व t=9.5 सेकेंड के बीच वस्तु ने कितनी दूरी तय की?

f. t=4 सेकेंड व t=7 सेकेंड के बीच वस्तु की औसत रफ़्तार कितनी रही?

26. एक गोदाम से एक भरा हुआ ट्रक जब निकला तो उसकी मीटर-रीडिंग थी 12345 किमी। जब ट्रक तीन दिनों बाद लौटकर वापिस आया तो मीटर-रीडिंग थी 13245 किमी। इस दौरान ट्रक की औसत रफ़्तार कितनी रही?

27. एक साईकिल सवार अपने सफ़र की शुरुआत शून्य रफ़्तार व 1 मी/से^2 के त्वरण से करती है। अगर वो शुरुआती त्वरण अगले 4 सेकेंड तक बनाए रखती है तो 4 सेकेंड बाद उसकी रफ़्तार कितनी होगी? इस दौरान उसने कितनी दूरी तय कर ली होगी?

28. एक बंदूक जिसकी नाल 1 मीटर लम्बी थी, उससे एक गोली दागी गई। गोली नाल को 500 मी/से की समान रफ़्तार से छोड़ती हुई निकल गई और सामने की दीवार में 5 सेमी अंदर तक धंस गई।

a. अगर गोली के त्वरण के मान को स्थिर मान लिया जाये तो बतलाईये कि कितने समय

तक गोली बंदूक की नाल में रही?

b. दीवार से टकराने के बाद गोली के अवत्वरण का मान क्या रहा?

29. एक वस्तु 3 मी/से की शुरुआती रफ़्तार से चलना शुरु करती है। साथ ही अपनी चाल की ही दिशा में 1 मी/से^2 का त्वरण (समान) भी अनुभव करती है।

a. शुरुआती 2 सेकेंड में वस्तु के द्वारा तय की गई दूरी कितनी होगी?
b. इसे 7 मी/से की रफ़्तार तक पहुंचने में कितना समय लगेगा?
c. 7 मी/से की रफ़्तार तक पहुंचने वाले समय में वस्तु कितनी दूरी तय कर चुकी होगी?

30. नोट: इस सवाल का हल करने में बीजगणित का उपयोग होगा इसलिये ये हिदायत दी जाती है कि ये सवाल छात्रों से तब ही पूछा जाये अगर बीजगणित पर उनकी अच्छी पकड़ हो।

दो वस्तुएं A और B विराम की अवस्था से चलना शुरु करके एक सीधी रेखा में एक बराबर समय 'T' के लिये चलते हैं। वस्तु A अपनी चाल के शुरुआती आधे समय में 'a' त्वरण से चलती है और बाकि के आधे समय '2a' से। वहीं वस्तु B शुरुआती आधे समय में '2a' त्वरण से चलती है और बाकि के आधे समय 'a' से। इन दोनों में कौन सी वस्तु ज्यादा दूरी तय करेगी? दोनों वस्तुओं के द्वारा तय की गई दूरी व फ़ाइनल रफ़्तार निकालिये।

31. एक सुपरफ़ास्ट ट्रेन 72 किमी/घंटा की रफ़्तार से चल रही थी। तभी ड्राईवर की नज़र 250 मीटर आगे रेल-लाईन पर फंसी एक भैंस पर पड़ी। भैंस को बचाने के लिये उसने तुरंत ही ब्रेक दबा दिया। ब्रेक लगाने के साथ ही गाड़ी 1 मी/से^2 के अवत्वरण से रूकने लगी। क्या आप बता सकते हैं, भैंस बची या नहीं?

32. आमतौर पर बादल धरती की सतह से 1500 मीटर ऊपर उड़ते हैं। अगर इस ऊंचाई से बारिश की बूंदे गिरना शुरू करें तो धरती की सतह तक पहुंचने पर उनकी रफ़्तार क्या होगी?

असल में हवा के चलते बारिश की बूंदों की गति नीचे गिरते हुए काफ़ी अवरूद्ध होती है, जिस वजह से उनकी रफ़्तार सतह तक पहुंचते तक काफ़ी कम हो जाती है। अगर ऐसा ना हो तो तेज बारिश में बाहर खुले में सैर खतरनाक साबित होगी।

33. पाईप में पड़ी एक दरार से पानी की बूंदें एक निश्चित समय अंतराल में लगातार 9 मीटर नीचे फर्श पर टपक रही हैं। पानी की पहली बूंद जब फर्श तक पहुंचती है, ठीक उसी समय चौथी बूंद गिरना शुरू करती है। क्या उस समय पर आप दूसरी और तीसरी बूंदों की स्थिती बतला सकते हैं?

34. 60 मीटर की ऊंचाई से एक गेंद 20 मी/से की रफ़्तार से ऊपर की ओर उछाली जाती है। कुछ समय बाद गेंद नीचे कि ओर गिरने लगती है। अपनी शुरूआती ऊंचाई को पार कर वो लगातार नीचे गिरते हुए ज़मीन से टकराती है ।

a. नीचे गिरना शुरू करने से पहले बाल कितनी ऊंचाई तक गई?

b. अपनी शुरूआती ऊंचाई तक गिरने में उसे कितना वक्त लगा?

c. ज़मीन तक पहुंचने में उसे कितना वक्त लगा?

मान लीजिये कि गुरूत्वाकर्षण बल की वजह से लगने वाला त्वरण 10 मी/से^2 है।

## सवालों के जवाब

### वैचारिक सवाल

1 'संदर्भ बिंदु ' के लिहाज़ से सोचिये।

2. बस-स्टैंड पर खड़े लोगों व साईकिल पर चल रहे अमित के लिये संदर्भ बिंदु अलग-अलग हैं। जिसके चलते बारिश की बूंदों की गति दोनों तरह के लोगों (खड़े व चल रहे) को बूंदों की गति अलग-अलग आभाषित होगी। उन्हें बूंदों की रफ़्तार का मान व साथ ही उसकी दिशा भी अलग-अलग प्रतीत होगी।

3. किसी वस्तु की औसत रफ़्तार निकालने के, आपको एक दूरी तय करनी होगी और फिर ये देखना होगा कि उस वस्तु को वह दूरी तय करने में कितना समय लगा।

4. अगर गोली फर्श के समांनातर दागी गई है तो बंदूक की नली से निकलने के बाद भी उस दिशा में उसकी रफ़्तार नहीं बदलेगी।

5. बिना किसी अवरोध के नीचे गिरती हुई सभी वस्तुओं एक समान त्वरण का अनुभव करती हैं (गुरूत्वाकर्षण की वजह से), चाहें वो किसी भी ऊंचाई से गिरें। इस तरह की किसी भी गति में, वस्तु की रफ़्तार लगातार बढ़ती जाती है। इसीलिये एक समान दूरी को तय करने में लगने वाला समय भी कम होता जायेगा।

6. प्रश्न 5 की ही तरह।

7. किसी ढ़लान से लुढ़कती हुई गेंद का त्वरण इस बात पर निर्भर करेगा कि ढ़लान कितनी तेज है। जितनी ज्यादा ढ़लान, उतना ज्यादा त्वरण।

8. एक दूरी-समय ग्राफ़ में किसी रेखा का स्लोप (ढ़लान) रफ़्तार को दर्शाता है। ज्यादा ढ़लान ज्यादा रफ़्तार को दर्शाती है। अगर यह ग्राफ़ कहीं समय के अक्ष के समानांतर कोई रेखा हो तो उसका मतलब हुआ कि समय के साथ दूरी नहीं बदल रही है। यानि कि वस्तु रुकी हुई है।

9. एक समान गति के लिये रफ़्तार-समय ग्राफ़ समय के अक्ष के समानांतर एक रेखा होगी। इस तरह की गति के लिये तय की गई दूरी समय के साथ लगातार बढ़ेगी, और समय व दूरी का यह संबंध एकरेखीय होगा। इसलिये दूरी-समय ग्राफ़ ढ़लान लिये एक सीधी रेखा होगा।

14. इस सवाल का जवाब होगा, हां बेशक!, ऐसा हो सकता है। त्वरण समय के साथ रफ़्तार में आए बदलाव को दर्शाता है। त्वरण को रफ़्तार समझने की गलती नहीं की जानी चाहिए।

15. b और c

16. दोनों ही मामलों में ज़मीन से टकराने के ठीक पहले गेंद की रफ़्तार समान होगी। पहले मामले

में गेंद ऊपर की ओर जाते हुए अपनी रफ़्तार खोती जायेगी और एक क्षण ऐसा आएगा जब गेंद की रफ़्तार शून्य हो जायेगी। जिसके बाद गेंद नीचे की ओर गिरने लगेगी और नीचे लौटते हुए उसकी रफ़्तार बढ़ती जायेगी। अपनी शुरुआती ऊंचाई तक पहुंचने तक गेंद वही रफ़्तार हासिल कर चुकी होगी, फर्क बस इतना होगा कि पहले गेंद ऊपर जा रही थी और अब नीचे। इसके बाद की कहानी तो दोनों मामलों में एक जैसी ही होगी।

## संख्यात्मक सवाल

17. ट्रेन की लम्बाई = 500 मीटर
ट्रेन की रफ़्तार = 10 मी/से

पुल को पार करने में लगने वाला समय:
वो कुल दूरी जो ट्रेन को पार करनी होगी = 500 + 250 = 750 मीटर
अगर हम यह मान लें कि पुल पार करने में लगने वाला समय 't' है, तो
औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय
10 मी/से = 750 मीटर / t
t = 750/10 = 75 सेकेंड

बिजली के खम्बे को पार करने में लगा समय:
चूंकि ट्रेन की लम्बाई की तुलना में एक खम्बे की चौड़ाई काफ़ी कम होती है, इसलिये हम उसको नज़रअंदाज करते हुए खम्बे को एक बिंदु की तरह मान सकते हैं। जिसके चलते एक खम्बे को पार करने में ट्रेन को अपनी लम्बाई के बराबर की ही दूरी तय करनी होगी।

औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय
10 मी/से = 500 मीटर / t
t = 500/10 = 50 सेकेंड

18. पहली कार की रफ़्तार = 40 किमी/घंटा
दूसरी कार की रफ़्तार = 60 किमी/घंटा
जाहिर सी बात है कि भले ही दूसरी कार पहले कार की अपेक्षा एक घंटे देर से चलना शुरू करती है, लेकिन रफ़्तार अधिक होने के चलते कुछ देर बाद वो पहली कार के आगे निकल जायेगी। हम मान लेते हैं कि दूसरी कार पहली कार को 't' घंटे बाद ओवरटेक करती है। इस समय तक पहली कार '(t+1)' घंटे तक चल चुकी होगी। साथ ही उन दोनों के द्वारा तय की गई दूरी भी बराबर होगी।

औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय, का इस्तेमाल करते हुए हम कह सकते हैं कि

तय की गई दूरी = औसत रफ़्तार * दूरी तय करने में लगा समय

पहली कार द्वारा तय की गई दूरी = 40(t+1) किमी

दूसरी कार द्वारा तय की गई दूरी = 60t किमी

ये दोनों दूरियां बराबर होंगी, इसलिये

$40(t+1) = 60t$

$t = 2$ घंटा

तो दो घंटे बाद दूसरी कार पहली कार के आगे निकल जायेगी।

इस दौरान दोनों कारों द्वारा तय की गई दूरी होगी 60 किमी/घंटा * 2 घंटा = 120 किमी।

19. श्रेया के द्वारा तय की गई कुल दूरी = 1 किमी + 1 किमी = 2 किमी

मान लेते हैं कि पहले 1 किमी चलने में उसे 't1' घंटों का समय लगता है।

औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय, का इस्तेमाल करते हुए हम कह सकते हैं कि

6 किमी/घंटा = (1/t1) किमी/घंटा

t1 = 1/6 घंटे

इसी तरह हम अगले एक किमी की दूरी को तय करने में लगने वाले समय 't2' को भी निकाल सकते हैं

t2 = 1/8 घंटे

दो किमी की कुल दूरी को तय करने में लगने वाला समय होगा = t1+t2 = (1/6+1/8) = 7/24 घंटे।

अगर श्रेया दो किमी की दूरी कुल इतने ही समय (7/24 घंटे) में एक समान रफ़्तार से तय करना चाहे तो उसकी रफ़्तार होगी

रफ़्तार = दूरी/समय = 2/(7/24) = 48/7 किमी/घंटा

ज़ाहिर है यह रफ़्तार 7 किमी/घंटा, जोकि 6 किमी/घंटा व 8 किमी/घंटा के समांतर माध्य के बराबर है, से कम है।

20. a. औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय

तय की गई कुल दूरी = 100 मी + 100 मी = 200 मी

पहले 100 मी को पार करने में लगा समय = दूरी/रफ़्तार

= (100 मी )/(5 मी/से)

= 20 से

अगले 100 मी को पार करने में लगा समय = दूरी/रफ़्तार

= (100 मी )/(1 मी/से)

= 100 से

तो 200 मीटर की दूरी तय करने में

लगा कुल समय = 20 + 100 = 120 सेकेंड

औसत रफ़्तार = 200 मी / 120 से = 1.67 मी/से

b. औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय

कुल समय = 100 से + 100 से = 200 मी

पहले 100 सेकेंड में तय की गई दूरी = औसत रफ़्तार * कुल समय

= (100 से )*(5 मी/से)

= 500 मी

अगले 100 सेकेंड में तय की गई दूरी = औसत रफ़्तार * कुल समय

= (100 से )*(1 मी/से)

= 100 मी

तय की गई कुल दूरी = 500 मी + 100 मी = 600 मी

औसत रफ़्तार = (600 मी) / (200 से) = 3 मी/से

21. a. क्यूंकि वस्तु एक समान रफ़्तार से चल रही है, 20वें सेकेंड में भी उसकी गति वही रहेगी।

पहले भाग में रफ़्तार = स्थिती में बदलाव/समय

= (3-0) सेमी / (9 से) = 1/3 सेमी/से = 0.33 सेमी/से

तो 20वें सेकेंड में रफ़्तार = 0.33 सेमी/से

b. 18वें सेकेंड तक तय की गई दूरी = रफ़्तार * समय

= (1/3 सेमी/से)* (18 सेकेंड)

= 6 सेमी

22. कार का त्वरण = रफ़्तार में बदलाव / लगा समय

= (70-60) किमी/घंटा / (5 से)

= (10 किमी/घंटा) / (5 से)

= (10 * 1000)/(5*3600) मी/से^2

= (5/9) मी/से^2

साईकिल का त्वरण = रफ़्तार में बदलाव / लगा समय

= (10-0) किमी/घंटा / (5 से)

= (10 किमी/घंटा) / (5 से)

= (10 * 1000)/(5*3600) मी/से^2

= (5/9) मी/से^2

23. a. 40 मिनट में कमल नें 2000 मीटर की दूरी तय की तो उसकी औसत रफ़्तार हुई 2000/40 = 50 मी/मिनट।

b. सोना ने 10 मिनट बाद चलना शुरू किया (बिंदु B से)।

c. ग्राफ़ के मुताबिक सोना कमल से बिंदु C पर मिली, जिसके लिये t = 20 सेकेंड है। बिंदु B से बिंदु C तक का कुल समय है (20 - 10)मिनट। तो सोना 10 मिनट में कमल तक पहुंच गई।

d. बिंदु B व बिंदु C के बीच सोन दौड़ी। सोना ने 10 मिनट तक दौड़ते हुए 1000 मीटर की दूरी तय की तो इस दौरान उसकी औसत रफ़्तार हुई 1000/10 = 100 मी/मिनट।

e. 1000 मीटर (बिंदु C)

f. 2000 मीटर (बिंदु D)

g. 1000 मीटर

h. 20 मिनट

24. a. दूरी-समय ग्राफ़।

b. बढ़ती हुई ढ़लान वाली एक वक्र रेखा

c. चूंकी ढ़लान लगातार बदल रही है इसलिये कछुए की गति असमान होगी।

d. 6 सेकेंड

e. तय की गई कुल दूरी = 180 मीटर

कुल समय = 6 सेकेंड

औसत रफ़्तार = (180 मी)/(6 से) = 30 मी/से

f. 20 मी/से (दूरी-समय ग्राफ़ में t = 2 सेकेंड ले लिये वक्र की ढ़लान निकालिये या गति के नियमों का इस्तेमाल कर रफ़्तार निकालिये)

25. a. भाग AB के लिये, रफ़्तार = (5 मी )/ (4.5 से) = 1.11 मी/से।

b. भाग CD के लिये, रफ़्तार = (1 मी )/ (4 से) = 0.25 मी/से।

c. 1.11 मी/से।

d. 0.25 मी/से

e. t = 7 सेकेंड के लिये दूरी होगी 6.25 मीटर और t = 9.5 सेकेंड के लिये दूरी होगी 6.75 मीटर। इसलिये इस दौरान तय की गई दूरी होगी (6.75-6.25) मीटर।

f. औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय

= (6.25-4.5) मी / (7-4) से

= 1.75/3 मी/से

= 0.58 मी/से

26. ट्रक के द्वारा तय की गई कुल दूरी = (13245-12345) किमी = 900 किमी

इस दूरी को तय करने मेंलगा समय = 3 दिन

औसत रफ़्तार = तय की गई दूरी/दूरी तय करने में लगा समय = 900 किमी/ 3 दिन = 300 किमी/दिन

27. दिया हुआ है कि शुरुआती रफ़्तार u = 0 मी/से, a = 1 मी/से^2 और t = 4 से

गति के पहले नियम के अनुसार, $v = u + at$

$= 0$ मी/से $+ (1$ मी/से$^2)*(4$ से$)$

$= 4$ मी/से

गति के दूसरे नियम के अनुसार, $s = ut + (1/2)at^2$

$= (0$ मी/से$) *(4$ से$) + (1/2)*(1$ मी/से$^2)*(4$ से$)*(4$ से$)$

$= 8$ मी

28. a. दिया हुआ है कि शुरुआती रफ़्तार $u = 0$ मी/से, $v = 500$ मी/से, $s = 1$ मी और त्वरण a बदल नहीं रहा, स्थिर है।

मान लीजिये कि बंदूक की नली में लगे समय को हम 't' से दर्शाते हैं।

गति के पहले नियम से, $v = u + at = at = 500$ मी/से

गति के दूसरे नियम के अनुसार, $s = ut + (1/2)at^2$, या

$s = ut + (1/2)*at*t$

$1 = 0t + (1/2)*500*t$

हल करने पर $t = 4$ मिलीसेकेंड (1000 मिलीसेकेंड = 1 सेकेंड)

b. दिया हुआ है कि शुरुआती रफ़्तार $u = 500$ मी/से, $v = 0$ मी/से, और $s = 5$ सेमी $= 0.05$ मी

गति के तीसरे नियम के अनुसार , $v^2 = u^2 + 2as$

$0 = 500^2+2*a*0.05$

हल करने पर $a = -2500000$ मी/से$^2$ (काफी ज्यादा)

दीवार के कारण गोली आखिरकार रूक जायेगी, यानि कि त्वरण ऋणात्मक होगा।

29. $u = 3$ मी/से, $a = 1$ मी/से$^2$

a. 8 मीटर (गति के पहले समीकरण से)

b. 4 सेकेंड (गति के दूसरे समीकरण से)

c. 20 मीटर (गति के तीसरे समीकरण से)

30. दूसरी वस्तु। (संकेत: आसानी के लिये मान लो कि कुल समय है '2t' और फिर गति के समीकरण का इस्तेमाल करो।)

31. ट्रेन की रफ़्तार = 72 किमी/घंटा = 20 मी/से

अवत्वरण = 1 मी/से$^2$, या त्वरण = -1 मी/से$^2$

भैंस को रेलगाड़ी की टक्कर से बचाने के लिये जरूरी होगा कि ड्राईवर 250 मीटर पहले ही गाड़ी को रोक दे। चलिये मान लेते हैं कि गाड़ी रूकने से पहले जो दूरी तय करती है वो है 's'। गति के तीसरे नियम के अनुसार, $v^2 = u^2 + 2as$

$0 = 20^2+2*(-1)*s$

हल करने पर $s = 200$ मी।

इसका मतलब हुआ कि ट्रेन 200 मीटर चलकर ही रुक जायेगी और भैंस बच जायेगी।

32. $s = 1500$ मी, $u = 0$ मी/से, $a = 10$ मी/से^2

गति के तीसरे नियम के अनुसार, $v^2 = u^2 + 2as$

$$v^2 = 0 + 2*10*1500$$

हल करने पर $v = 173.2$ मी/से।

33. चलिये मान लेते हैं कि एक के पीछे एक लगी दो बूंदों के गिरने के बीच का समय-अंतराल 't' है। अगर ऐसा है तो जब चौथी बूंद टपकना शुरू कर रही होगी तब तीसरी बूंद 't' समय तक के लिये चल चुकी होगी और इसी तरह दूसरी '2t' व पहली '3t' समय के लिये।

पहली बूंद के लिये गति के दूसरे नियम का इस्तेमाल कर हम कह सकते हैं कि

$$s = ut + (1/2)at^2$$
$$9 = 0 + (1/2)*g*(3t)^2$$
$$t^2 = 2/g \text{ --------------- } (1)$$

दूसरी बूंद के लिये अगर हम यह मान लें कि तय की गई दूरी h2 है तो गति के दूसरे नियम का इस्तेमाल कर हम कह सकते हैं कि

$$h2 = 0 + (1/2)*g*(2t)^2$$
$$h2 = 2gt^2$$

समीकरण (1) से $t^2 = 2/g$ रखने पर:

$$h2 = 2g*(2/g) = 4 \text{ मीटर}$$

इसी तरह तीसरी बूंद के लिये अगर हम यह मान लें कि तय की गई दूरी h3 है तो गति के दूसरे नियम का इस्तेमाल कर हम कह सकते हैं कि

$$h3 = 0 + (1/2)*g*(t)^2$$
$$h3 = (1/2)gt^2$$

समीकरण (1) से $t^2 = 2/g$ रखने पर:

$$h3 = (1/2)g*(2/g) = 1 \text{ मीटर}$$

तो जब पहली बूंद ज़मीन से टकराने वाली होगी, उस समय दूसरी व तीसरी बूंदें पानी टपकने की जगह से क्रमश: 4 मीटर व 1 मीटर नीचे तक गिर चुकी होंगी।

34. अगर हम ऊपर की तरफ़ तय की गई दूरी को धनात्मक माने और त्वरण 'a' का मान 10 मी/से^2 लें तो:

$u = 20$ मी/से, $v = 0$ मी/से, $a = -10$ मी/से^2

a. हम मान लेते हैं कि गेंद के द्वारा जो ऊंचाई तय की गई वो 'h' है तो

गति के तीसरे नियम के आधार पर, $v^2 = u^2 + 2as$

$$0 = 20^2 + 2*(-10)*h$$

हल करने पर $h = 20$ मीटर।

b. ऐसी गति के मामले में जो एक सीधी रेखा में तो हो लेकिन आगे और पीछे दोनों ही दिशाओं में, तो वस्तु के द्वारा तय की गई दूरी का मान शुरुआती व आखिरी बिंदु के बीच की कम से कम दूरी के बराबर लिया जाता है। इसकी वजह विभिन्न भौतिक मात्राओं की सदिश प्रकृति व उनके बीच के संबंध हैं, जिनपर विस्तार से चर्चा इस श्रृंखला की अगली कड़ी में की जायेगी।

इस सवाल में, जब वस्तु अपनी पहली स्थिती से होकर गुजर रही होगी तो वस्तु की शुरुआती व आखिरी बिंदु एक ही होगा, जिसके चलते उसके द्वारा तय की गई दूरी का मान शून्य होगा, यानी कि s = 0।

साथ ही u = 20 मी/से, a = -10 मी/से^2।
गति के दूसरे नियम का इस्तेमाल करने पर, s = ut + (1/2)at^2
0 = 20*t+(1/2)*(-10)*t^2
0 = 20t-5t^2 = 5t(4-t)
तो, t = 0 से या t = 4 से।
ये दोनों ही जवाब गेंद के शुरूआती स्थिती में होने के लिये सही हैं। पहला उत्तर t = 0 से शुरूआती समय को दर्शाता है जब गेंद अपनी शुरूआती स्थिती में है और ऊपर की ओर जाना शुरू ही करने वाली है। दूसरा उत्तर t = 4 से उस समय को दर्शाता है जब गेंद नीचे आते हुए दोबारा अपनी शुरूआती स्थिती से गुजरेगी।

c. नीचे ज़मीन तक पहुंचने में गेंद को लगे समय को निकालने से पहले आईये ये निकाल लें कि गेंद जब 4 सेकेंड बाद दोबारा अपनी शुरुआती स्थिती पर पहुंचेगी तो उसकी रफ़्तार कितनी होगी। इसकी जरूरत हमें आगे पड़ेगी।

गति के तीसरे नियम के अनुसार, v^2 = u^2 + 2as
v^2 = 20^2 +2*(-10)*0
v^2 = 20^2
v = 20 मी/से -------------------- (*)
यानि कि अपनी शुरुआती स्थिती पर दोबारा पहुंचने तक गेंद अपनी शुरूआती रफ़्तार पा चुकी होगी, हालांकि अब ये नीचे की दिशा में होगी।

अब हम ज़मीन तक पहुंचने में गेंद को लगे समय को इस तरह से निकाल सकते हैं:

ज़मीन तक पहुंचने में गेंद को लगा समय = अपनी शुरुआती स्थिती तक पहुंचने में लगा समय + शुरूआती स्थिती तक दोबारा पहुंचने के बाद से लेकर नीचे ज़मीन तक आने का समय

गेंद का अपनी शुरुआती स्थिती तक पहुंचने में लगा समय तो हम पिछले सवाल में निकाल ही चुके हैं, 4 सेकेंड। चलिये हम मान लेते हैं कि शुरूआती स्थिती तक दोबारा पहुंचने के बाद से लेकर नीचे ज़मीन तक आने का समय 't' है।

गति के दूसरे नियम से हम जानते हैं कि, $s = ut + (1/2)at^2$.

यहां $s = 60$ मी

$u = 20$ मी/से (* के बराबर)

$a = 10$ मी/से^2

सभी ज्ञात मानों को गति के दूसरे नियम के समीकरण में रखने पर

$60 = 20t+(1/2)*(10)*t^2$

समीकरण को दोबारा व्यवस्थित करने पर

$5t^2+20t-60 = 0$

$t^2+ 4t-12 = 0$

$t^2+6t-2t-12 = 0$

$t(t+6)-2(t+6)= 0$

$(t+6)(t-2) = 0$

तो, $t = -6$ सेकेंड या $t = 2$ सेकेंड

चूंकि $t = -6$ सेकेंड के व्यावहारिक दृष्टि से कोई मायने नहीं हैं इसलिये $t = 2$ सेकेंड ही वो समय होगा जोकि गेंद को शुरूआती स्थिती तक दोबारा पहुंचने के बाद से लेकर नीचे ज़मीन तक आने मे लगेगा।