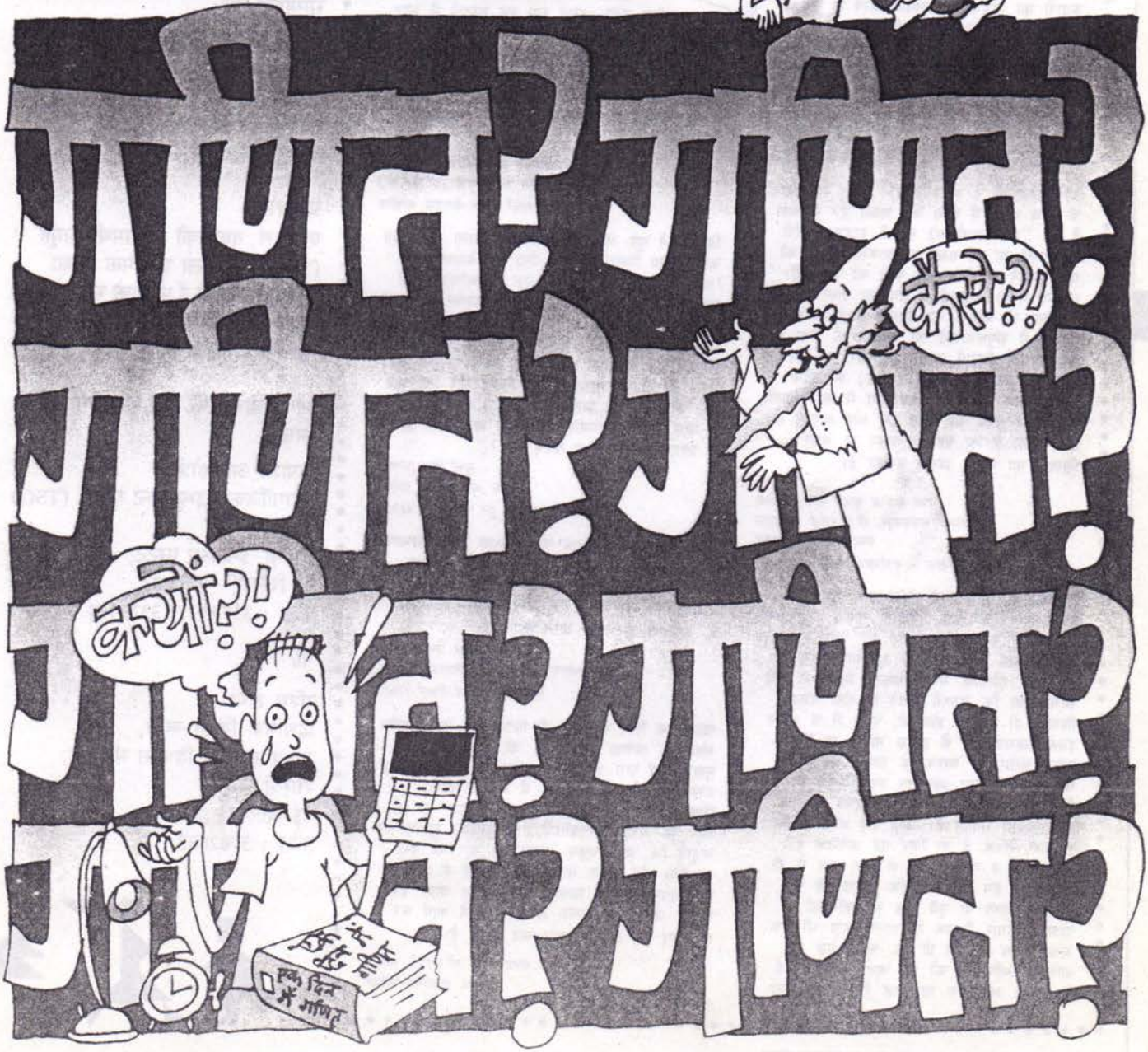
प्राथमिक शिक्षा के मुद्दे

डी. पी. ई. पी.

जिला प्राथमिक शिक्षा कार्यक्रम

भाग-II, अंक-1, मई-जून, 2001 प्राथमिक शिक्षा पर लेख



आपकी प्रतिक्रियाएँ

कहानी सुनने-सुनाने वाले अंक में छपी कहानियों में से मुझे दो कहानियां बहुत अच्छी लगीं। प्रो. आर.के. अग्निहोत्री एवं प्रो. कृष्ण कुमार के लेख सामान्य पाठकों के लिए भी खास महत्व रखते है और भाषा शिक्षकों के लिए तो वे अहम है। इन लेखों में किया विश्लेषण और व्याख्याएं बहुत तार्किक है और इनके शिक्षा व शिक्षण के सभी पहलूओं के लिए बहुत सारे निष्कर्ष है। कल रात मै अपने आप को दयालु गाड़ीवान और चालाक मगरमच्छ की कहानी का उड़िया में अनुवाद करने से नही रोक पाया। मैने तय किया है कि शिक्षक-प्रशिक्षकों एवं प्राथमिक कक्षाओं के छात्र/छात्राओं के साथ यह कहानी व इस पर आधारित गतिविधियां करके देखूं।

श्री चक्रधर बिसवाल, उप निदेशक, शिक्षक प्रशिक्षण
एस.सी.ई.आर.टी.
उड़ीसा, बी.बी.एस.आर.

श्री अग्निहोत्री ने अपने लेख ''दयालु गाडीवान'' के साथ कक्षा में क्या कर सकते है? मे कहा है कि ''हम बच्चों को कहानी शुद्धता, वर्तनी, नए शब्दों या नई तरह की वाक्य संरचना को ग्रहण करने के लिए नहीं पढ़ने को कहते है।'' लेकिन अपनी कक्षाओं में हम नए शब्द सिखाने के लिए तो कहानी का उपयोग करते ही है। उड़ीया में संयुक्ताक्षरों को सिखाने के लिए भी कहानियां है जिसमें वह संयुक्ताक्षर बार-बार आते है। वह अक्षर मोटा (बोल्ड) कर दिया जाता है या अलग से किसी रंग में छापा जाता है, जिससे बच्चे का ध्यान उस ओर आकृष्ट हो। हमें लगता है कि यह नये शब्द या अक्षर सिखाने का ज्यादा अच्छा तरीका है।

श्री बसन्ता कुमार बेहरा, शिक्षक
शिबा नारायणपुर, टी.जी.एम.ई. विद्यालय
पोस्ट बॉक्स - मुधपुर
जिला - क्यांनझर उड़िसा - 758022

एस.आर.जी. मीटिंग के दौरान हम लोग प्रो. कृष्ण कुमार के लेख ''कहानी सुनाना - कितना लाभप्रद?'' पर चर्चा कर रहे थे। उसमें कहानियों की नैतिकता के विकास में भूमिका पर मतभेद हो गया। हालांकि मेरे अधिकतर मित्रों का यही सोचना था कि कहानी सुनाने के पीछे नैतिक विकास ही उद्देश्य होता है, परन्तु मै व अतुल इससे सहमत नहीं थें हमारा मानना था कि बच्चा संसार को व्यस्क के समान नहीं देखता। वह परिस्थिति का आकलन स्वयं करता है। हम जिसे नैतिक मानते है वही एक बच्चे की राय में अनैतिक हो सकता है। क्या हमें स्पष्ट है कि खरगोश नैतिक है या फिर वह अनैतिक है? क्या सही व गलत सभी के लिए एक से हो सकते है? हम सोचते है कि ''कुछ भी पूरी तरह से गलत या पूरी तरह से सही नही होता।'' हमारे हिसाब से शान्त रहना भी एक अच्छा मूल्य है। हम प्रो. के. कुमार एवं प्रो. आर.के. अग्निहोत्री की इस बात से सहमत है कि सबसे आवश्यक बात यह है कि बच्चे को कहानी रोचक लगना और उसका कहानी में पूरी तरह से शामिल हो जाना है और यह है कि यदि वह चाहे तो स्वयं अपना फैसला बना सके।

-डॉ. एम.एम. मोहन्टी
शिक्षक समन्वयक
एस.पी.ओ. ऑफिस,
भुवनेश्वर, उड़ीसा

-सुश्री अतुल्या के. पट्नायक
शिक्षक प्रशिक्षक,
डाईट, जेयपोर
कोरापट, उड़ीसा-764001

यह प्रकाशन निसंदेह अपने आप को उपयोगी साबित कर रहा है। प्रो. के. कुमार के लेख व गंगा गुप्ता की डायरी के निचोड़ से मै विशेष तौर पर प्रभावित हुआ। इससे मुझे यह समझने में मदद मिली कि कक्षाओं में सिखाने के लिए कहानियां कितना सशक्त माध्यम हो सकती है। मुझे इनसे बच्चों के लिए कहानियों का चयन करने के बारे में भी कुछ संकेत मिले। मै यह चाहता हूं कि भविष्य में यह सूचना-पत्र बहुकक्षीय शिक्षण व मूल्यांकन पर भी कुछ कहे।

श्री रूद्रगौड़ पी. जुट्टानवर, समन्वयक
संकुल स्रोत केंद्र (डी.पी.ई.पी.)
चिकांडी, जिला-बेलगांव, कर्नाटक

किस्मत से मुझे आपका कहानी सुनाने वाला अंक पढ़ने का सौभाग्य मिला। मै एक छोटा सा विद्यालय 'अक्षरनन्दन' चलाती हूं। यह एक समाकलित मराठी माध्यम का विद्यालय है। हम अपने विद्यालय मे कहानी सुनाने पर विशेष जोर देते है परन्तु आपकी पत्रिका में छपे लेखों ने हमें कुछ नई अन्तःदृष्टि और एक सटीक दिशा दिखाई है, जिसे हम सार्थक ढंग से उपयोग कर सकते है। मै यह चाहती हूं कि पिछले सारे अंक मुझे प्राप्त हों और आने वाले अंकों में पाने वालो की सूचि में आप हमें भी सम्मिलित करें। इस खजाने को पाने के लिए मुझे और क्या करना होगा?

सुश्री विद्या पटवर्धन
यमुना, आई.जी.एस. कॉलोनी
गणेशखिन्द, पुणे महाराष्ट्र - 411007

लेडी श्रीराम महाविद्यालय के प्रारम्भिक शिक्षा विभाग के लिए हम **''प्राथमिक शिक्षा के मुद्दे ''** प्राप्त करना चाहते है। कृपया करके हमें अपनी सूचि मे शामिल कर लें। अभी तक जो भी अंक प्रकाशित हुए है, उन्हे भी हम प्राप्त करना चाहते है।

डॉ. आशा माथुर, उप-प्रधानाचार्य
लेडी श्रीराम महाविद्यालय (महिलाओं के लिए)
लाजपत नगर, नई दिल्ली-110024

पाठकों के लिए यह एक ही विषय-वस्तु पर आधारित अंक एक अनोखा अनुभव है। जी. रामानुजन, इन्दिरा मुखर्जी एवं पारो आनन्द ने अपने जो अनुभव बांटे है उनसे शिक्षकों की क्षमताओं में बढ़ोतरी होगी। शिक्षकों के लिए 'गतिविधियों का भण्डार' में भी बहुत ही अच्छी गतिविधियां है।मै आपको सुझाव देना चाहूंगी कि आप 'नाटक खेलने' या रोल प्ले पर आधारित अंक तैयार करें जिसमें नाटकों के माध्यम से पाठ्यपुस्तक की सामग्री को सिखाया जाए। इस पत्रिका के माध्यम अलग-अलग राज्य मे कार्य कर रहे लोग भी अपने अनुभव बांट सकते है।

सुश्री ममता म्वंन, सी.आई.टी. सदस्य
डाइट, बोलन्गिर उड़ीसा

मेहमान सम्पादक
प्रवीण सिंक्लैयर

सम्पादक दल:
सुश्री विपाशा अग्निहोत्री
सुश्री रश्मि शर्मा

डिजाइन व चित्रांकन:
अतानु रॉय व देश राज

प्रकाशक:
एडसिल, तकनीकी अनुसमर्थन समूह (TSG) द्वारा जिला प्राथमिक शिक्षा कार्यक्रम (डी.पी.ई.पी.) के ब्यूरो, मानव संसाधन विकास मंत्रालय, भारत सरकार के लिए

आगे पत्राचार के लिए इन लोगों को लिखें:-

विपाशा अग्निहोत्री
पैडागॉजिकल इम्प्रूवमेन्ट यूनिट (TSG)
एडसिल
10-बी, इन्द्रप्रस्थ एस्टेट,
नई दिल्ली - 110002
फोन : 3379191, 3379171

या

रश्मि शर्मा
प्राथमिक शिक्षा ब्यूरो,
मानव संसाधन विकास मंत्रालय,
शास्त्री भवन,
नई दिल्ली - 110001
फोन : 3782883

अनुक्रमणिका

एक तरीका - गणित के प्रति बच्चों की सोच को खोजने का 4
- पदमा एम. सारंगपानी

गलतियां या सीखने की सीढ़ियां 7
- आर.के. अग्निहोत्री

गणित शिक्षण का प्रतिबिम्ब 9
- एच.के. दीवान

प्राथमिक विद्यालय में गणित की सामान्य त्रुटियां 14
- एच.सी. प्रधान

क्या वास्तव यह बच्चा गणित जानता है 17
- एच.के. दीवान

बहु सांस्कृतिक गणितीय शिक्षा 18
- जोखेम श्रेएडर

गणितीय विचार किस तरह विकसित होते हैं 22
- इग्नू के ए.एम.टी. श्रृंखला का निचोड़

क्या गणित के लिए भी प्रयोगशाला होनी चाहिए 25
- रोहित धनकर

शिक्षकों व बच्चों के लिए गणित का भय 28
-डॉ. एस.एन. गणनाथ एवं सी. श्रीनाथ द्वारा किये गये सर्वेक्षण की एक झलक

मीटरिक मेला : कर्नाटक में मापन पर एक उत्सव 31
- के.एम. शेषगिरी

आदिवासी बच्चों को गणित सिखाना: आम जिंदगी के संदर्भों से 34
- विनयकृष्ण पट्टनायक

गतिविधि संग्रह 36

लेखकों की सूची 43

सम्पादक की मेज से

अभिवादन! पिछले दो वर्षों से आप इस नियतकालिक पत्रिका के विभिन्न अंक पढ़ते आ रहे हैं। आप में से कुछ ने अपने लेख व सुझावों के द्वारा इसे बनाने में भी मदद की है। इस अंक में आप कुछ फर्क देखेंगे। यह पहला अंक है जो कि एक ही विषय ''गणित सीखने व सिखाने'' पर तैयार किया गया है।

इस अंक में हमने कई ऐसे लोगों के विचार एकत्रित किए है जो कि गणित सीखने/सिखाने के संदर्भ में बच्चों और शिक्षकों के साथ काम कर रहे हैं। इस अंक में शामिल मुद्दों में यह भी है:-

- गणित की क्या प्रकृति है,
- गणित सीखने का वर्तमान में क्या अर्थ है और क्या होना चाहिए या हो सकता है,
- गणित शिक्षण पर विभिन्न समझ।

मै खास तौर पर आपका ध्यान पेरू में गणित शिक्षण के दृष्टांत (पृष्ठ 27) की ओर आकर्षित करना चाहूंगी। इसे सम्मिलित करने का कारण आप के सामने यह रखना है कि, गणित सीखने-सिखाने की समस्याएं कितनी सार्वभौमिक है।

इस लेख को पढ़ते समय मै चाहूंगी कि इसमें उठाए गए बिन्दुओं को आप हमारे संदर्भ के साथ जोड़ कर देखें- एक अत्यधिक विविधता से भरा, अनेकों नृजातियों व संस्कृतियों का मिश्रण। इस अंक में हमने इंदिरा गांधी राष्ट्रीय खुला विश्वविद्यालय के कोर्स 'प्राथमिक विद्यालय का गणित शिक्षण' से भी एक हिस्सा लिया है।

बाकी अंकों के समान इस अंक में भी आपको गतिविधियों के लिए कुछ सुझाव मिलेंगे जो कि गणित की अवधारणाओं को सीखने के लिए उपयोगी होंगे।

इन लेखों में उठाए बिन्दुओं से आप सहमत भी हो सकते है और असहमत भी। उदाहरण के लिए हमने त्रुटियों पर दो तरह की दृष्टि (पृष्ठ 7 व पृष्ठ 14) प्रस्तुत की है। हो सकता है कि आप भी इस पर अपने विचार हमें भेजना चाहें। हमारा उद्देश्य इन मुद्दों पर संवाद शुरू करवाना है। ऐसा हो पाए इसके लिए जरूरी है कि आप अपने मत भी व्यक्त करें और अपने अनुभव हमारे साथ बांटें।

आपकी प्रतिक्रियाएं हम प्रकाशित करेंगे जिससे कि आपके द्वारा उठाये गए गम्भीर बिन्दुओं पर पूरे देश के शिक्षक एवं शिक्षक-प्रशिक्षक सोच पाएं।

इस पूरे अंक पर एवं इनमें उठाये गये विभिन्न मुद्दों पर अपनी प्रतिक्रिया कृपया हम तक पहुंचाएं।

प्रवीण सिंक्लैयर

हम प्रो. प्रवीण सिंक्लैयर का सम्पादक मण्डल में मेहमान संपादक के रूप में स्वागत करते है। हम गणित के इस अंक की तैयारी के लिए उनके धैर्यपूर्ण समन्वयन और सम्पादन के हृदय से आभारी है। प्रो. प्रवीण सिंक्लैयर आजकल इंदिरा गांधी राष्ट्रीय खुला विश्वविद्यालय में कार्यरत है। वह पिछले दस साल से 'बच्चे गणित कैसे सीखते है' विषय पर कार्य कर रही है और उन्होंने गणितीय कोर्स- गणित शिक्षण के पहलू के विकास का संयोजन किया है। स्कूल व कॉलेज के शिक्षकों के साथ अनेकों प्रशिक्षण कार्यक्रमों में इन्होंने गणित सीखने-सिखाने से सम्बन्धित मसलों पर चर्चा की है।

एक तरीका–गणित के प्रति बच्चों की सोच को खोजने का

पद्मा एम. सारंगपानी

पास के ही एक विद्यालय में चौथी कक्षा के बच्चों को क्षेत्रफल की अवधारणा से परिचय करवाया जा रहा था। साथ ही उन्हें आयत व वर्ग का क्षेत्रफल निकालना भी सिखाया जा रहा था। मेरी एक शोधकर्त्ता मित्र उस कक्षा का अवलोकन कर रही थी। उन्होंने यह देखा कि बच्चों के लिए नए शब्द 'क्षेत्रफल' का परिचय 'तल' के रूप में दिया जा रहा था। अगले दस मिनिट में बच्चों को यह सीखा दिया गया था कि आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए एक सूत्र काम में लिया जाता है 'लम्बाई × चौड़ाई' और वर्ग के क्षेत्रफल के लिए 'भुजा × भुजा' काम में लिया जाता है। उन्हें यह भी बताया गया कि इसे वर्ग सेमी. या वर्ग मी. में लिखा जाता है। कुछ और इसी तरह की बातचीत के साथ कक्षा समाप्त हुई और अगली कक्षा से बच्चे इन सूत्रों का इस्तेमाल करके सवाल हल करने लगे। एक दिन जब मेरी दोस्त कक्षा में पहुंची तो उसने देखा कि कक्षा में शिक्षक नहीं थे। बच्चों ने भूगोल की किताबें खोल रखी थीं और वे भारत वाली इकाई के प्रश्न-उत्तर याद कर रहे थे। उसने कक्षा के दो बच्चों बानो और दीपक से कुछ चर्चा की:-

दीपक (बानो से) : भारत का क्षेत्रफल है?

बानो (तत्काल) : 32 लाख, 87 हजार, 2 सौ 63 किमी.^{2}

दीपक : सही।

शोधकर्त्ता (दोनों से) : तुम्हें कैसे मालूम?

दीपक : पाठ्यपुस्तक में दिया हुआ है। देखो (अपनी पुस्तक में वह पंक्ति दिखाते हुए)

शोधकर्त्ता: हाँ, परन्तु उन्होंने भारत का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात किया होगा?

बानो : लम्बाई × चौड़ाई

शोधकर्त्ता: यह तो आयत के लिए होता है। अच्छा चलो, सामने के पृष्ठ पर बने भारत के नक्शे की ओर इशारा करते हुए) भारत की लम्बाई एवं चौड़ाई कितनी है?

दोनों बच्चों ने नक्शे की ओर देखा और कुछ देर चुप रहे। फिर दीपक बोला, "कश्मीर से कन्याकुमारी तक लम्बाई है 3214 किमी. और (बानो भी शामिल होकर बोली) और गुजरात से आसाम तक की चौड़ाई है 2933 किमी.।"

शोधकर्त्ता: किन्तु क्या भारत आयताकार है?

बच्चे: नहीं।

शोधकर्त्ता: तो फिर लोग इसका क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करते होंगे?

बानो: शायद उनके पास इसे ज्ञात करने के विशेष उपकरण होंगे।

फिर बानों अपना 6 इंच लम्बा स्केल निकाल कर भारत के नक्शे पर घुमाने लगी और फिर अचानक बोली, "हाँ, इस प्रकार ज्ञात किया होगा, इस तरह, इस तरह (अपने स्केल को भारत के नक्शे पर सटा-सटा कर धीरे-धीरे सरकाते हुए

पूरे क्षेत्र को ढक लिया)। इसी समय शिक्षक कक्षा में आ गये और चर्चा यहीं पर समाप्त हो गई।

इस चर्चा पर आपकी क्या प्रतिक्रिया है? क्या आप समझते हैं कि बच्चों

की क्षेत्रफल की अवधारणात्मक समझ में कुछ भी जुड़े बिना उन्हें सिर्फ एक सूत्र ज्ञात हुआ है? इस बात का ध्यान रहे कि उन्हें चुनौती मिली थी कि एक नई आकृति (जो कि अनियमित आकृति थी) का क्षेत्रफल ज्ञात करना है। ऐसा करने के लिए उन्हें अपने ज्ञान को व्यापक करने की जरूरत थी। ऐसी स्थिति में भी उनके जवाब अर्थहीन नहीं थे।

शोधकर्त्ता ने उन्हें ना तो इसका उत्तर बताया और ना ही कोई संकेत दिया कि आगे कैसे बढ़ना है। उसके सवालों से ही बच्चों को एक इशारा मिला कि वे किस प्रकार से अपने ज्ञान का उपयोग इस सवाल के हल में कर सकते हैं। दोनों इस सवाल के साथ जूझ पाए। वे देश की लम्बाई व चौड़ाई का सम्बन्ध क्षेत्रफल के सूत्र में जोड़ते दिख तो रहे थे पर इससे वे संतुष्ट नहीं थे। बानों के अन्तिम उत्तर से ऐसा आभास होता है कि मानो वह किसी भी आकृति का क्षेत्रफल निकालने के तरीके की ईजाद के कगार पर है। क्या यह निष्कर्ष उसकी क्षेत्रफल शब्द की समझ के आधार पर नहीं निकाला जा सकता? उसकी समझ उसे एक इकाई क्षेत्रफल को लेकर, क्रमबद्ध तरीके से बड़ी वस्तु पर सटा-सटा कर रखने तक और फिर बड़े क्षेत्र में लगभग कितने पूरे-पूरे इकाई क्षेत्र आए, यह गिनने तक लाई।

उपरोक्त घटना में बच्चों को एक समस्या दी गई थी। जब वह उसे हल करने का प्रयास कर रहे थे, उस दौरान शोधकर्त्ता ने उनकी बातचीत को सुना, उन्हें प्रयास करते हुए देखा, उनसे चर्चा की और उन्हें प्रेरित किया कि वे जो कर रहे है, उसे समझाएं। इससे शोधकर्त्ता को और हमें भी बच्चों की समझ तक व सोचने के तरीके तक लगभग पहुंचने का मौका मिला। ऐसा प्रतीत हो रहा था कि मानो हम उनके मस्तिष्क में ही प्रवेश कर गये हों। क्या इस अन्वेषण द्वारा हमें यह मालूम करने में मदद नहीं मिली कि ये बच्चे क्षेत्रफल के बारे में अपनी सोच किस तरह से बना रहे थे? यह समझ उनमें पहले से नहीं थी और एक सवाल का हल करने के संदर्भ में शुरू हुई और चर्चा के साथ-साथ आगे बढ़ी। इससे हमें यह भी अंदाजा हुआ कि हम किस प्रकार उपयुक्त प्रश्नों द्वारा बच्चों को अपनी सोच आगे बढ़ाने में मदद कर सकते हैं। इसलिए यह शिक्षण भी है और आंकलन का तरीका (यंत्र) भी है।

इससे हमें यह समझ भी मिली कि उपयुक्त प्रश्नों द्वारा हम बच्चों को अपनी सोच आगे बढ़ाने में मदद कर सकते हैं। इस प्रकार से यह शिक्षण भी है और आंकलन तरीका (यंत्र) भी है।

मैंने इस प्रकार से की बातचीत को यंत्र कहा है क्योंकि यह बच्चों के सोचने के तरीके को खोजने का एक तरीका (उपकरण) है। यह सब काम बहुत आसान प्रतीत होता है क्योंकि यह सब बहुत स्वाभाविक रूप में हुआ परन्तु इस प्रकार बच्चों के साथ इस तरह की चर्चा करने के लिए शोधकर्त्ता को पूरी तैयारी करनी पड़ी होगी।

इस प्रकार के साक्षात्कार की शुरूआत 'जीन पीजेट' ने की थी और यह 'क्लिनिकल इंटरव्यू' (साक्षात्कार) कहलाता है। चलिए, मै आपका परिचय इस साक्षात्कार की पूर्व तैयारी से करवा दूं:-

सबसे पहले यह अति आवश्यक है कि बच्चों की बुद्धि और योग्यता की कद्र करनी चाहिए। इससे मेरा मतलब यह है कि हमें सच्ची इच्छा होनी चाहिए इस बात में कि हम बच्चों के सोचने को ज्यादा बेहतर ढंग से समझें। हमें यह भी विश्वास होना चाहिए कि सब बच्चे उन्हें दी गई समस्या को समझने का प्रयास जरूर करते है, तभी हमारा व उनका संवाद हो सकता है। और संवाद होने पर ही वे सही कोशिश करेंगे समस्या से जूझने की। वे ये भी बताने में नहीं हिचकिचाएंगे कि वे क्या सोच रहे है।

दूसरी बात यह है कि इस प्रकार की चर्चा एक बच्चे (या समूह) से करने के लिए हमारे पास एक ऐसा कार्य होना आवश्यक है जिसे हल किया जाना हो। इस वाक्यात (दृष्टातं) में एक बच्ची द्वारा बिना बहुत सोचे, बोले गए छोटे से वाक्य में शोधकर्त्ता को एक ऐसी क्रिया की संभावना दिखी जिससे वह उन बच्चों के सोच के बारे में खोज कर सके। बच्चों के लिए इस तरह के कार्य व समस्याएं बनाने की प्रकृति ऐसी ही हो सकती है जिसका मौका अचानक सामने आए। यहां शोधकर्त्ता तैयार थी, उसने मौका देखा और उसका उपयोग किया। इससे कोई फर्क नहीं पड़ता कि बच्चे भूगोल को दोहरा रहे थे और बातचीत मुख्य तौर पर गणित की अवधारणा के बारे में थी।

बच्चों को इस तरह के कार्य व समस्याएं दी जानी चाहिए। लेकिन हमें यह पक्का कर लेना चाहिए कि

बच्चों के पास उस समस्या के विभिन्न पहलूओं को खोजने व समझने के लिए चर्चा का पर्याप्त समय हो। यह चर्चा सामान्य तौर पर या तो एक बच्चे के साथ हो सकती है या फिर एक छोटे समूह के साथ, पूरी कक्षा के साथ यह चर्चा नहीं की जा सकती।

इस तरह के क्लिनिकल साक्षात्कार की तीसरी आवश्यकता यह है कि शोधकर्त्ता बच्चों के उत्तर को 'जांचे' नहीं। बच्चों के साथ की जा रही चर्चा का उद्देश्य यह पता करना नहीं है कि बच्चों को क्या आता है और क्या नहीं आता। इस कार्य व उसके बाद की चर्चा का उद्देश्य है उस बच्चे की समझ का अहसास करना व ऐसे सुराग ढूंढ़ना जिससे यह समझ आगे बढ़ाई जा सके।

इसी कारण साक्षात्कारकर्त्ता कभी यह नहीं कहती कि बच्चों ने सही जवाब दिया है या गलत और बच्ची को प्रोत्साहित करती है कि जो कुछ भी वह सोच रही है उसे बताए। यह हो सकता है कि कुछेक बार शोधकर्त्ता बच्चों को कुछ पहलू बता दे जिन्हें उन्होंने बिल्कुल ही अनदेखा कर दिया है या उन्होंने पहले जो कहा वह बात याद करवा दे या फिर उन्हें सुझाए कि वह सवाल को हल करने के बारे में सोचना कैसे शुरू कर सकते हैं। बच्ची को यह महसूस होना चाहिए कि वह खुलकर, जो भी उसके मन में है उसे व्यक्त कर सकती है और जो सोच रही है उसे वह अपने ढंग से बता सकती है। बच्चों का हर जवाब स्वीकार्य होना चाहिए और उसे यह बताने के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए कि उसने वह जवाब क्या सोचकर दिया। वास्तव में बच्चों द्वारा की गई गलतियां ही उनके सोचने के तरीके को जानने का सबसे कीमती सुराग होती है।

चौथी बात यह कि शोधकर्त्ता सही सवाल पूछ पाए इसके लिए उसकी तैयारी जरूरी है। उसे उस सवाल से जुड़ी अवधारणाओं की और सवाल को हल करने के तरीके की समझ होनी चाहिए। ऐसा होने पर ही उसके प्रश्न अर्थपूर्ण होंगे और वह बच्चों के सीखने के रास्तों को पहचान पाएगी और उनके साथ चलते-चलते उपयुक्त सवाल पूछ पाएगी।

बच्चे द्वारा दिया गया हर उत्तर माना जाना चाहिए और उसे इस बात के लिए प्रेरित करना चाहिए कि वह यह भी बताए कि उसने वह उत्तर क्यों दिया, बच्चों द्वारा की गई गलतियां उनके सोचने के तरीके को जानने का सबसे कीमती सुराग हैं।

उदाहरण के लिए अगर शोधकर्त्ता को यह पता नहीं होता कि भारत का क्षेत्रफल किस प्रकार मापा जा सकता है तो वह बच्चों का ध्यान इस ओर आकर्षित नहीं कर पाती कि उनका सूत्र तो आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र है जबकि भारत की आयताकार आकृति नहीं है। इसके अलावा यह समझने के लिए कि बानों को क्षेत्रफल ज्ञात करने के तरीके तक कैसे पहुंचाया जा सकता है, उसे बानों द्वारा निर्मित बात की ताकत व उसमें छिपी संभावना को पहचानने की जरूरत थी। मुझे यकीन है कि आप देख पाए होंगे कि इस तरह साक्षात्कार लेने के तरीके के क्या लाभ है। यह इस बात को समझने में बहुत उपयोगी है कि बच्चे गणित कैसे सोचते और समझते हैं और इसलिए बच्चों को गणित सिखाने में भी बहुत मदद करेगा।

हमने देखा कि साक्षात्कार न केवल बच्चों के सोचने के ढंग के परीक्षण का तरीका है वरन् एक शिक्षण विधि भी है। शिक्षिका एक शोधकर्त्ती या साक्षात्कार लेने वाली के रूप में जब सही प्रश्न पूछती है तो वह बच्ची को सोचने के और अपनी अवधारणात्मक समझ विकसित करने के मौके देती है इसलिए यह शिक्षण का बहुत महत्वपूर्ण तरीका है।

बच्चे गणित कैसे समझते है प्रश्न की खोज के लिए इस प्रकार के साक्षात्कार बच्चों व साक्षात्कारकर्त्ता के लिए अत्याधिक संतोषजनक व जोश देने वाले होते हैं। जब बच्चे यह महसूस करते है कि वयस्क सचमुच यह जानना चाहता है कि वे क्या सोच रहे है या किस प्रकार से हल ढूंढ़ने की कोशिश कर रहे है तो यह बात स्वयं ही अभिप्रेरणा साबित होती है। उन्हें अपने विचारों को बांटने में व इस प्रक्रिया में उन्हें और विकसित करने में बड़ा मजा आता है। उन्हें समस्याओं को चुनौती देने में (बशर्ते वह बहुत कठिन न हो) भी बहुत मजा आता है। शिक्षक या साक्षात्कारकर्त्ता के लिए भी इस प्रकार का साक्षात्कार बहुत ही लाभदायक होता है जब वे कुछ सीखे जाने के जादुई क्षणों को लगभग देख व महसूस कर सकते है।

मैं इस लेख का यहीं अंत करती हूं इस आशा से कि हममें से अधिक से अधिक इस को अपनाएगें व बच्चों की सोच को समझने की कोशिश करेंगे।

सीखने की गलतियां या सीढ़ियां

आर.के. अग्निहोत्री

अधिकतर शिक्षक व अभिभावक बच्चों की लिखी व बोली सामग्री को डॉक्टर की तरह जांचते है, हमेशा बच्चों के काम में गलतियां निकालने को तत्पर होते है। वे बहुत खुश होते है जब वे गलतियां व उनके 'कारण' पहचान लेते है और उपचार के लिए सलाह देकर सम्भावित उपयुक्त कार्य करवा लेते है। हम इसे बच्चों को 'मरीज' रूप में देखना कह सकते है। इस परिप्रेक्षय में गलतियों को एक ही तरह से देखा जाता है, वो कि जिसका उन्मूलन होना चाहिए। इन डॉक्टरों को बच्चों की गलतियां ढूंढ़ कर उनमें लाल निशान लगाने में नीचे सही उत्तर लिखने में और पांच-पांच बार वही या मिले जुले सवाल यान्त्रिक ढंग से हल करवाने में बहुत मजा आता है। यह वास्तव में बहुत ही दुर्भाग्य पूर्ण स्थिति है।

अगर हम गलतियों के बारे मे ध्यान से सोचें तो हम पायेंगे कि असल में ये गलतियां बच्चों के ज्ञान का प्रमाण है न कि उनके अज्ञान का।

अभिभावकों और शिक्षकों को यह एहसास होना चाहिए कि किसी भी तरह से वे 'सीखने के डॉक्टर' नहीं है। अच्छे से अच्छे विद्वान और शिक्षाविद् भी सीखने की प्रक्रिया के बारे में बहुत कम जानते है। कोई भी पूरी तरह से यह नहीं जान पाया है कि बच्चे की अन्तः क्षमता किस प्रकार उसके परिवेश से जुड़ती है, उस पर असर डालती है व उनसे प्रभावित होती है और कैसे इस प्रक्रिया से अलग-अलग तरह की ज्ञान व्यवस्थाओं व ढ़ांचों का निर्माण होता है। बच्चे सिर्फ चलना या दौड़ना ही नहीं सीखते है वरन् वह अपनी पहली भाषा के जटिल व्याकरण के ढ़ांचे को भी सीख लेता है, वह अलग-अलग संदर्भ में अलग-अलग तरह की उपयुक्त भाषा का उपयोग भी सीख लेता है और इस सबको वह बिना किसी के सिखाए खुद-ब-खुद सीखता है। एक चार वर्ष का बच्चा हिन्दी, अंग्रेजी, बंगाली व तेलगू सब को एक साथ अच्छी तरह से जान सकता है और उनमें से किसी को भी उपयुक्त संदर्भ में काम में ला सकता है। इसलिए हमें 'डॉक्टर' बनने की बजाए बच्चों का उस समय अवलोकन करने की कोशिश करनी चाहिए जब वह स्वयं सीख रहा हो। हमें स्वयं से पूछना चाहिए कि इतने सीमित अनुभव होते हुए भी बच्चा इतना कुछ किस प्रकार सीख लेता है?

इस बात के लिए अकाट्य प्रमाण है कि कोई भी चीज, जिन्हें हम गलतियां कहते है, किए बिना नहीं सीखी जाती। बच्ची जन्म से ही पैटर्न पहचानने व उसके आधार पर सामान्यीकरण करने की विशिष्ट व पैनी क्षमताएं लेकर पैदा होती है। लेकिन वो जो पैटर्न देखती है वह व्यस्कों की दुनिया के मान्य पैटर्न से काफी अलग होते है। हम कितनी भी कोशिश करें बच्चों को 'गलती' करने से बचने में मदद नहीं कर सकते। जैसे कि अंग्रेजी सीख रही बच्ची 'went' बोलने से पहले 'goed' बोलेगी ही। याने गलतियां सीखने की प्रक्रिया में आवश्यक चरण है और बच्ची किस तरह से सोच रही है यह दर्शाती है।

उदाहरण के लिए एक घटाने का सवाल देखें- 507-318

मेरे अनुभव से तीसरी कक्षा के बच्चों के उत्तर में- 825, 211, 201, 109, 119 और 189 भी शामिल हो सकते हैं। इनमें से कौनसा उत्तर सचमुच 'सही' है? हम पालकों, शिक्षक व चिकित्सकों में से अधिकतर कहेंगे 189 और बाकी सभी उत्तर बच्चों के अज्ञान के लक्षण माने जाएंगे और इन्हें गलतियां मान बेकार करार देकर हटा दिया जायेगा। अगर हम गलतियों के बारे में ध्यान से सोचें तो हम पायेंगे कि असल में ये गलतियां बच्चों के ज्ञान का प्रमाण हैं न कि उनके अज्ञान का। पहले उत्तर में घटाने के चिन्ह को जोड़ का मान लिया गया है। ऐसा कई कारणों से हो सकता है और हम बड़े भी बहुत बार इसके तुल्य व्यवहार प्रदर्शित करते हैं। खास बात यह है कि बच्चे ने 3 अंकों की संख्याओं के जोड़ में और हासिल लगाने में कोई गलती नहीं की है। अगला उत्तर 211 कहां से आया, यह समझना भी मुश्किल नहीं है। ऐसा लगता है इसमें यह सिद्धान्त लगाया गया है कि छोटी संख्या 'अंक' को बड़ी संख्या 'अंक' से घटाना है। इसी प्रकार बाकी सभी उत्तरों के पीछे कोई न कोई तर्क होगा जो थोड़ा सा सोचने पर आप खोज सकेंगे। इसी तरह एक बार मैंने एक सामान्य राजकीय विद्यालय के तीसरी कक्षा के बच्चों को जोड़, बाकी, गुणा के सवाल दिये। मुझे उनके उत्तरों के व्यवस्थित पेटर्न ने बहुत प्रभावित किया। कोई भी उत्तर बिना सोचे-समझे लिखा हुआ अनियमित उत्तर नहीं लग रहा था और हर उत्तर के पीछे कोई न कोई व्यवस्थित तर्क था। अगर मुझे उसमें से प्रत्येक बच्ची के साथ सोच के उसके ढ़ांचें के बारे में बातचीत करने का कुछ समय मिलता तो अवश्य ही मैं उनके सोचने के तरीके को ज्यादा अच्छी तरह से समझ पाता। अधिकतर बच्चों ने दो अंकों की संख्याओं के जोड़ को सही किया था। यद्यपि कुछ दूसरे सवालों व हासिल वाले तीन अंकों के सवालों में उसके उत्तर बड़ों के उत्तर से काफी भिन्न थे परन्तु प्रत्येक बच्चे के हल के पीछे उसका अपना सिद्धान्त था। एक बच्ची के उत्तर को देखें, उसके उत्तर इस प्रकार से थे:-

26 + 25	46 – 38	25 + 26	508 – 219	352 – 269	58 x 7	69 x 8
411	614	411	627	2125	35	48

क्या यह बच्ची मूर्ख है? या वह सीखने की प्रक्रिया के किसी ऐसे चरण में है जो कि किसी बड़े के ज्ञान के जैसे ही व्यवस्थित और तार्किक है जिसके अपने नियम हैं। यह स्पष्ट है कि यह बच्ची एक अंकीय संख्याओं के जोड़ और गुणा के सवाल आसानी से कर पाती है और बाकि सभी सवाल भी इन्ही नियमों के आधार पर हल करने का प्रयास करती है। जोड़ के सरल सवालों में भी हासिल लगाना उसके ढ़ांचें में नहीं है लेकिन यह बड़ी रोचक बात है कि 26+25 और 25+26 के लिए उसका उत्तर एक ही है। हम यह भी देख सकते हैं कि घटाने के चिन्ह को समझने के लिए बच्ची जूझ रही है। 46–38 में पहले 8 और 6 जोड़ा गया है, 14 लाने के लिए (यह करना उसके ढांचें का मजबूत हिस्सा है) लेकिन ऐसा करने के बाद ही शायद उसका ध्यान घटाने के चिन्ह की ओर गया, फिर शायद हासिल को भी हल में शामिल करने की भी कोशिश रही होगी। नहीं तो 614 में 6 को कैसे समझाएं? इसी प्रकार से 508–219 में भी यही प्रक्रिया देखी जा सकती है। आखिर के दो सवालों में एक अंकीय गुणा में बच्ची की धारा प्रवाह क्षमता देखी जा सकती है। 2125 को कैसे समझायेंगे? यह आपके हल करने के लिए एक पहेली है। मुझे भी इसका उत्तर नहीं मालूम है। एक दूसरी बच्ची थी जिसने एक अंकीय संख्याओं के जोड़ के नियमों को सभी सवालों को हल करने में उपयोग किया:-

28 – 14	38 – 19	46 – 38	598 – 219	435 – 369	352 – 269
312	417	714	71017	7914	51111

मेरे हिसाब से तो यह बहुत बढ़िया गणितीय ज्ञान का प्रदर्शन है, सिर्फ हमारे ज्ञान से फर्क है।

आखिर में मैं कहना चाहूंगा कि हमें बच्चों की गलतियों की तरफ ध्यान न देकर बच्चों के सीखने के तरीके जानने व समझने की कोशिश करनी चाहिए। इससे हमें सीखने-सिखाने की प्रक्रिया को ज्यादा प्रभावी बनाने में मदद मिलेगी।

अगर हम ध्यान से सोचें तो समझ पाएंगे कि असल में गलतियां बच्चों के ज्ञान का द्योतक है न कि उनकी अज्ञानता की।

गणित शिक्षण का प्रतिबिम्ब

एच.के. दीवान

बच्चों को गणित पढ़ाते वक्त आवश्यक है कि हम इस से संबंधित महत्वपूर्ण मसलों के विषय में अपने रवैये और धारणाओं से परिचित हों। उदाहरण के लिए हम गणित को कैसे देखते हैं? क्या हम समझते है कि यह एक अमूर्त, रूखा एवं जटिल विषय है जिसमें बहुत कुछ याद रखने की जरूरत होती है और जो असल में थोड़े से लोगों के लिए ही है? या मानते हैं कि यह एक दिलचस्प और अर्थपूर्ण विषय है, जिसमें सोचने की आवश्यकता होती है और जिसे हर कोई सीख सकता है? एक और क्षेत्र जिस पर विचार करना चाहिए वह है हमारी बच्चों के और वे किस प्रकार से सीख सकते हैं, के बारे में धारणा। इस लेख में इन सभी बिन्दुओं पर विस्तार से चर्चा करना मुश्किल है। मेरा लक्ष्य इन सभी बातों को आपके समक्ष रखना है जिससे कि आप इन पर विचार कर सकें।

हम सभी शिक्षक यह महसूस करते हैं कि प्रत्येक कक्षा में कुछ बच्चे सीखने में ज्यादा तेज होते हैं ओर बाकी बच्चों से गणित जल्दी सीख लेते हैं। हमें यह भी लगता है कि कुछ और बच्चे ऐसे हैं जो बिल्कुल नहीं सीख पाते। हम बच्चों को दो हिस्सों में बांट कर देखते हैं- एक वे जिन्हें गणित पसन्द है और जो उसे कर सकते हैं और एक वे जिन्हें गणित नापसन्द है और जो इसे नहीं कर पाते। जैसे-जैसे ये बच्चे ऊँची कक्षाओं में बढ़ते है उनके बीच का अन्तर और ज्यादा स्पष्ट दिखाई पड़ने लगता है। हममें से कईयों ने इस स्थिति को बदलने की कोशिश की होगी और शायद हतोत्साहित और निराश हुए हों कि कुछ बच्चे तो कोशिश करने को बिल्कुल ही तैयार नहीं है। हम उसी तरह की चीजों को बार-बार उपयोग करते है, बार-बार वही बात दोहराकर समझाते है, दिए गए उदाहरणों को भी दोहरा कर दिखाते है पर उनकी समझ में कोई अन्तर नहीं आता। आपको क्या लगता है, ऐसा क्यों होता है? इस स्थिति में सुधार के लिए आवश्यक है कि हम इसे समझें और सोचें कि आखिर यह उत्पन्न क्यों होती है।

हममें से कुछ मानते है कि यह अन्तर माँ-पैतृक है और गुणसूत्रों के कारण है- कुछ बच्चे धीमा सीखते है क्योंकि वे कम बुद्धि वाले परिवारों से है, या इसलिए क्योंकि उनके माता-पिता अनपढ़ है, वे गरीब घरों से है और इन कारणों से उनमें बुद्धि (आई.क्यू.) का विकास कम होता है। ये सभी कारण उनके परिवारीक, सांस्कृतिक एवं सामाजिक परिवेश से और व्यक्तिगत अन्तरों से सम्बन्धित है। ये सभी कारक तो बच्चे के विद्यालय आना आरम्भ करने के बहुत पहले से और स्कूल के बाद परिवेश में बिताए समय में भी प्रभाव डालते रहते है। क्या वास्तव में यही कारण बच्चे द्वारा सीखे गए गणित की गुणवत्ता को निर्धारित करते है? क्या कक्षा के अन्दर भी ऐसे कोई कारक है (पाठ्यक्रम और पाठ्यपुस्तक समेत), जो बच्चों की सीखने की क्षमता को प्रभावित करते है? जो बच्चे विद्यालय में नहीं सीखते है, क्या वे विद्यालय के बाहर भी नहीं सीखते है? क्या स्कूल में सीखने का एक अलग गुणसूत्र हो सकता है? यदि किसी बच्चे के पास आम जिन्दगी की इतनी सारी कठिनाईयों

हम गणित को कैसे देखते हैं? क्या हम समझते हैं कि यह एक अमूर्त, रूखा एवं जटिल विषय है जिसमें बहुत कुछ याद रखने की जरूरत होती है और जो असल में थोड़े से लोगों के लिए ही है? या मानते हैं कि यह एक दिलचस्प और अर्थपूर्ण विषय है, जिसमें सोचने की आवश्यकता होती है और जिसे हर कोई सीख सकता है?

का सामना करने की क्षमता है तो ऐसे कैसे सम्भव हो सकता है, कैसे कहा जा सकता है कि उसमें बुद्धि (आई०क्यू०) कम है?

इन प्रश्नों को जल्दी से सुलझाना शायद मुश्किल होगा परन्तु इन पर विचार करते वक्त ऐसी बच्ची के बारे में सोचें जो विद्यालय नहीं जाती है और किसी दुकान पर या रसोईघर में काम करती है। कई दूसरी चीजों में काबलियत हासिल करने के साथ-साथ उसे रोजमर्रा की गणित में भी काफी हद तक निपुण होना पड़ेगा। उसमें गणना करने का कौशल चाहिए, आकलन करने व अनुमान लगाने की क्षमता, आकृति, आकार व माप का ज्ञान, अनुपात व समानुपात की समझ चाहिए साथ ही, संतुलन एवं समितता आदि और भी बहुत सी कुशलताएं विकसित करना जरूरी होगा। इसी बच्ची की तरह बाकि सभी बच्चे अपने जीवन की असंख्य परिस्थितियों में शामिल गणित से स्वाभाविक ढंग से जूझ पाते है और इन सवालों का अपने ढंग से हल ढूंढ लेते है। वे संख्या व उनके बीच की संक्रियाओं, अनुपात व समानुपात, पैटर्न व सममितता, वस्तु व उसके हिस्से आदि सभी बातें जो उनके प्राथमिक गणित के पाठ्यक्रम में सम्मिलित होती है से सामान्य जिन्दगी में बड़ी सहजता से निपट लेते है। फिर ऐसा क्यों होता है कि वे बच्चे जो अपने स्वाभाविक परिवेश में आने वाली गणितीय परिस्थितियों से सहजता से जूझ लेते है, उन्हीं को वे कक्षा में इतनी कठिन मानते है? यह तात्कालिक जवाब कि इसका कारण स्कूली गणित का लिखित रूप है, पर्याप्त नहीं लगता। हमें इसके बारे में सोचना चाहिए कि स्कूल आने से पहले कोई भी बच्ची कितना सारा गणित जानती है और यह भी सोचने का प्रयास करना चाहिए कि यह गणित उसने कैसे सीखा होगा। हमें यह भी सोचना चाहिए कि क्या बच्चे

अगर हम ऐसा सोचते हैं कि असल में तो कम बच्चे ही गणित सीख सकते हैं क्योंकि यह बहुत ही जटिल और कठिन विषय है तो किसी न किसी तरह अपने हाव-भाव से, टिप्पणियों के द्वारा यह बात जाने-अनजाने बच्चों तक पहुंचा ही देंगे। इससे बहुत सम्भव है कि बच्चों को गणित से डर लगने लगेगा।

दूसरों के व्यवहार की नकल करके या उनका अनुकरण करके सीखते हैं या फिर उनके सीखने की कुछ और ही प्रक्रिया है। हमें विश्लेषण व विचार से यह तय करने में भी मदद मिलेगी कि क्या बच्चे सवालों के श्याम पट्ट पर लिखे हलों की कॉपी में नकल उतार के, पहाड़े रट के, शार्टकट व कलनों से गणित सीखते है? या फिर वे सवाल हल करने के अपने तरीके बनाते है और उसी से सीखते हैं? यह सवाल इसलिए महत्वपूर्ण है क्योंकि जितना भी गणित बच्ची घर पर सीखती है और इस्तेमाल करती है, उसके लिए उसे कोई कलन या पहाड़े रटवाए नही जाते। वह गणित के उपयोग की परिस्थितियों से निपटने के अपने खुद के तरीके बनाती है। क्या वास्तविक जिंदगी की परिस्थितियां, गणितीय पहेलियां और खेल जिनमें बच्चे अपने दम पर, अपने ढंग से शामिल होते है, रास्ता दिखा सकती है कि हमें गणित की कक्षाएं कैसे बनानी चाहिए?

हम जानते है कि गणित का संसार अमूर्त है और स्पष्ट रूप से परिभाषित तार्किक ढांचे, सामान्यीकरणों, पैटर्नों व नियमों के आधार पर बना हुआ है। अगर ऐसा है तो हम ये कैसे सुनिश्चित करें कि बच्चों को गणित कठिन व अर्थहीन न लगे? क्या हम कम से कम प्राथमिक शाला के स्तर पर गणित को उनके जीवन से सम्बन्धित और उनके लिए अर्थपूर्ण परिस्थितियों से जोड़ सकते है? क्या यह सम्भव है कि गणित और उसमें शामिल सवालों को बच्चों के लिए मजेदार और अर्थपूर्ण बनाया जा सके?

हमारे लिए, गणित पढ़ाने वालों के रूप में दूसरा मुख्य विचारणीय बिन्दु है, बच्चों के गणित के साथ बने सम्बन्धों पर हमारा दृष्टिकोण। अगर हम सोचते है कि असल में तो कम बच्चे ही गणित सीख सकते है क्योंकि यह बहुत ही जटिल और कठिन विषय है तो किसी न किसी तरह अपने हाव-भाव से, टिप्पणियों के द्वारा यह बात जाने-अनजाने बच्चों तक पहुंचा ही देंगे। इससे बहुत सम्भव है कि बच्चों को गणित से डर लगने लगेगा।

हमारे समक्ष अब यह सवाल है कि कैसे हम अपनी कक्षा का वातावरण बदलें जिससे कि बच्चों के लिए गणित अर्थपूर्ण, चुनौतीपूर्ण एवं रोचक बन जाये। इन पर कई विचार, किताबों, लेख, रेडियो एवं वीडियो कार्यक्रम आदि में मिल सकते है। मैं

उन्हें दोहराना नहीं चाहता। लेकिन मै सीखने के इस प्रकार के वातावरण की महत्वपूर्ण विशेषताओं को इंगित करना चाहूंगा।

सबसे पहले जो गणित हम बच्चों से करवाते है उसमें हम उन्हें अपने खुद के तरीके विकसित करने, अपने खुद के रास्ते ढूंढने, अपनी खुद की समझ इस्तेमाल करने व अपने खुद के तर्क रखने का मौका दें। इसका मतलब यह नहीं कि हम उन्हें पहले एक तरीका बता दें और फिर जो उसके अलावा कोई और तरीका बताना चाहते है उन्हें अपनी बात रखने दें। मेरा कहना यह है कि हम उन्हें शुरू से ही खुली जगह दें और सवाल के लिए अपना तरीका बनाने के लिए समय दें। अगर हम सिर्फ सही उत्तरों की ही कद्र न करें और अपेक्षा करें कि वह सवाल बनाएंगे और नए विचार खोज कर उनका इस्तेमाल करेंगे, तब हम पाएंगे कि बच्चे वास्तव मे रूचि लेंगे और ध्यान देंगे।

मैने जो कुछ कहा उससे आपके मन में तत्काल कई नए सवाल उठ गए होगें: क्या बच्चे ज्यादा अच्छा कार्य तब करते है जब उन्हें सवाल हल करने के लिए अपने तरीके विकसित करने को छोड़ दिया जाए? क्या वह असल में अपने तरीके विकसित करने में सक्षम भी है? क्या उन्हें हल बताना अनिवार्य नही है?

''बच्चे कोई भी सवाल स्वयं नहीं करना चाहते, उन्हें हमेशा यह बताने की जरूरत होती है कि उन्हें क्या करना है। एक बार जब उन्हें बता दिया जाता है कि उन्हें क्या करना है, और वह तरीका बता दिया जाता है जिस का उन्हें इस्तेमाल करना है तो वे हर सवाल जल्दी से हल कर लेते हैं। वैसे भी अगर बच्चे सवाल हल करने के अपने खुद के तरीके खोज भी सकते हों तो भी क्या यह पहिए की दोबारा खोज करने के समान नहीं होगा? आखिर पहले के गणितज्ञों ने इतना सोच-विचार किया है, मेहनत की है और शिक्षिका ने भी जो गणित वह पढ़ा रही है उसे समझने में बहुत प्रयास किया है, इस सब की क्यों नहीं एक पुड़िया बनाई जाए और ज्यादा व्यवस्थित व संक्षिप्त रूप में बच्चों को दे दी जाए?''

अगर आपका दृष्टिकोण, आपके विचार यह हों तो जो कुछ भी मैंने ऊपर कहा है वह आपको अर्थहीन लग रहा होगा। परन्तु क्या वास्तव में वह अर्थहीन है? किसी भी स्वाभाविक परिस्थिति में बच्ची अपने और बड़े के बीच के वार्तालाप में या खेल वगैरह में यह नहीं चाहती कि उसे बताया जाये कि क्या करना है। वह खोजना चाहती है और हर चीज अपने ही तरीके से करने की कोशिश करना चाहती है। जब वह कुछ खुद से नहीं कर पाती तभी वह दूसरों के तरीकों को देखने को तैयार होती है और उस में भी एक तरीका नहीं वरन् बहुत से अलग-अलग तरीकों को खोजकर उनका परीक्षण करना चाहती है। उन सभी को ध्यान से देखकर जो भी देखा उसका विश्लेषण करके जो सबसे अच्छा लगता है उसे ही इस्तेमाल करती है। तो फिर गणित की कक्षा में ही बच्चे क्यों इतने निष्क्रीय, सहमे-सहमे व भ्रमित रहते है? वे क्यों इन्तजार करते रहते है कि उन्हें सब कुछ बताया जाए? क्या यह इसलिए है क्योंकि उन्हें लगता है कि वे जो भी कहेंगे वह गलत ही होगा या फिर वे यह भांप लेते है कि हम उन्हें ज्ञान देना चाहते है और वह हमें हमारी जरूरत, पूरा करने के मजे से वंचित नहीं रखना चाहते?

अब एक दूसरा प्रश्न- क्या सिर्फ वो बच्चे जो गणित करने में अपने स्वयं के तरीके बनाने के लिए जूझते है वही गणित में रूचि बना पाते है और बाकी सभी कभी न कभी जो भी गणित उन्होंने निष्क्रीय रूप मे ग्रहण किया है उसे गढ्ढ-मढ्ढ करने लगते है और अपने आपको गणित करने मे असक्षम पाते है? क्या जो बच्चे स्कूल मे गणित नही कर पाते वह अनौपचारिक परिस्थितियों में भी गणित नहीं कर पाते? और स्वाभाविक, अनौपचारिक परिस्थितियों मे वह जो गणित कर पाते है वहां क्या वह बताये गए तरीके इस्तेमाल करते है या फिर अपने ही तरीके बनाने की कोशिश करते है? इन सवालों के बारे में सोचते समय हमें यह भी स्पष्टता चाहिए कि हम किस गणित सीखना मानते है।

क्या बच्चे ज्यादा अच्छा कार्य तब करते हैं जब उन्हें सवाल हल करने के लिए अपने तरीके विकसित करने को छोड़ दिया जाए? क्या वह असल में अपने तरीके विकसित करने में सक्षम भी हैं? क्या उन्हें हल बताना अनिवार्य नहीं है?

क्या गणित करने/गणित सीखने का मतलब 'सही कलनों' को 'सही तरीके' से लगाना है? अगर ऐसा है तो गणित शिक्षक का काम है सबसे बढ़िया कलन ढूंढ़ना व पहचानना और बच्चों को उसमें महारत हासिल करने में मदद करना। लेकिन हममें से बहुत से लोग यह मानते हैं कि किसी भी गणितीय सवाल को करने के बहुत से तरीके हो सकते हैं। इसी संदर्भ में एक बार शिक्षकों के छोटे समूह से यह पूछा गया कि हम भाज्य संख्या को बायीं ओर से क्यों भाग करना शुरू करते हैं, जबकि गुणा हम गुणा की जाने वाली संख्या के दायीं ओर से शुरू करते हैं, इस पर उन्होंने खूब विरोध किया और शोर मचाया। उनको सवाल बेहुदा और अर्थहीन लगा, वह तो सालों से यही तरीका अपनाते आ रहे थे और इन संक्रियाओं के लिए यही सही तरीके थे। उनको लगा कि यह सवाल पूछने का कोई औचित्य नही है। एक और बार शिक्षकों का एक समूह परेशान हो गया जब उन्हें कहा गया कि साधारण ब्याज क्या होता है समझाएं, दूसरे ढंग से लिखा गया सूत्र भी क्यों ठीक है और क्या और भी कोई सूत्र इसके लिए हो सकता है? वे नाराज होकर कहने लगे कि जो सदियों से माना जाता है उस पर मैं क्यों सवाल उठा रहा हूं, उनका कहना था कि यह सूत्र किताबों मे इस लिए लिखा होता है क्योंकि यह सही है/सत्य है और इसे मान लेना चाहिए।

इन शिक्षकों के लिए यह जरूरी नहीं है कि बच्चे समझें कि किन्हीं दो भिन्न को जोड़ते समय हर का लघुत्तम क्यों लिया जाता है। बच्चों के लिए यही जरूरी समझा जाता है कि वे कलन विधियों को याद कर लें। याने उन्हें याद होना चाहिए कि जब किसी संख्या को किसी भिन्न से भाग देते हैं तो भिन्न को पलट देते हैं और पलटी भिन्न से पहली संख्या को गुणा कर दिया जाता है। और

यह साफ ही है कि जैसे-जैसे इस प्रकार की कलन विधियां बढ़ती है, बच्चे और ज्यादा भ्रमित होने लगते है, खासकर लघुत्तम, महत्तम और भिन्न संख्याओं पर संक्रियाओं के सवालों में। इसलिए हमें अपने आप से यह पूछने की जरूरत है कि क्या सवालों को हल करना सीखने का मतलब यह है कि यह समझा जाए कि कोई कलन विधि क्या और कैसे अपनाई जा सकती है और उसके लागू होने का क्या आधार है या इसका मतलब है कि बिना यह सोचे कि कलन कैसे काम करता है, कलन को रट लिया जाए।

मेरे विचार से स्कूल की कक्षाओं में गणित पढ़ाने के हमारे तरीके, हमारे दृष्टिकोण का कुछ और विकल्प होना आवश्यक है। गणित की कक्षा बच्चे के लिए अर्थपूर्ण होनी चाहिए। बच्चों को मौके मिलने चाहिए कि वे गणित की अमूर्त अवधारणाओं, प्रक्रियाओं, क्षमताओं को वास्तविक जीवन से सम्बन्धित व उसके करीब की परिस्थितियों से स्वयं विकसित करें। शिक्षण की प्रक्रिया इस बात से निर्देशित होनी चाहिए कि बच्चे किस तरह से सोच रहे हैं और उसमें बच्चे की सृजनात्मकता और बहुत सारे तरीकों के इस्तेमाल की गुंजाइश होनी चाहिए। यह जरूरी है कि शिक्षक, बच्चों के करने के ढंग और उनके द्वारा बनाई तार्किक रचनाओं व कथनों की इज्जत करे। उन्हें यह जोर देकर सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि बच्चे कक्षा में कार्य हेतु स्वयं क्रियाएं, सवाल और समस्याएं बनाएं। ऐसी बनी क्रियाओं के लिए कक्षा में काफी समय होना चाहिए। बच्चों के द्वारा की गई गलतियों को बच्चों के दिमाग में झांकने के लिए खिड़की मानना चाहिए और अवधारणाएं कैसे सीखी जाती है इसे खोजने का प्रयास इनके माध्यम से किया जाना चाहिए।

मुझे यह पता है कि हममें से कई लोग यह सोचेंगे कि यह तो नामुमकिन है- बच्चे काम नहीं करना चाहते, वे आलसी होते है या गणित से डरते है और फिर यह भी कि वह मेहनत नहीं करना चाहते है, फिर कक्षाओं में 60-70 बच्चे होते है और उनके समूह बनाने के लिए पर्याप्त जगह नहीं होती है, बच्चे बहुत शोर मचाते है और खेलते समय झगड़ते है। कई यह सोच रहे होंगे कि किस प्रकार सारे बच्चों को किसी दिए गए कार्य में व्यस्त रखा जा सकता है, कक्षा में ऐसी कौनसी सीखने की परिस्थितियां बन सकती है जिसमें बच्चों को मौका हो कि वे अपने बनाए गए तरीकों द्वारा हल खोजें और गणित के साथ एक सार्थक रिश्ता बनाएं। कुछ यह भी कह सकते है कि "हमसे कुछ ज्यादा ही अपेक्षा की जा रही है।"

इस पर मेरा कहना है कि हमें यह जानने की जरूरत है कि हम बच्चों को और उनके गणित के साथ संबंध को कैसे देखते है। सभी मानव पैदाइशी अन्वेषी होते है, अपनी क्षमताओं को बढ़ाना चाहते है और दुनिया में अलग-अलग चीजें करना चाहते है। हम सभी इस प्रकार के कार्य मे शामिल होना चाहते है जिनमें हमारी बुद्धि के लिए चुनौती हो और हमारी तार्किक क्षमताओं को जूझना पड़े।

इस प्रकार के कई उदाहरण हम

अपने-अपने जीवन में से याद कर सकते है। अगर हम सबको चर्चा में आनन्द आता है, नए तरीके बनाने में व उसका पालन होते देखने में आनन्द आता है तो हम कैसे सोच सकते है कि बच्चों को इसमें आनन्द नहीं आता होगा। बच्चे हमारे द्वारा दी गई कलन विधि से सवाल करना क्यों पसंद करेंगे? हमें यह समझना और मानना पड़ेगा कि बच्चे अपने ढंग से बहुत सृजनात्मक होते हैं और निरन्तर नए तरीके बनाते रहते है। हमें यह भी ध्यान रखना होगा कि जब तक उन्हें गणित अर्थपूर्ण और आनन्ददायी नहीं लगती तब तक वे इसे नही कर पायेंगे। इसलिए अगर हम उन्हें गणित पढ़ाना चाहते हैं तो इसे हमें अर्थपूर्ण और दिलचस्प बनाना होगा।

हम अभी तक इस बात से नहीं जूझे हैं कि किस प्रकार 50 या उससे भी अधिक बच्चों की कक्षा में गणित के अनुभव लेने का मौका बनाया जा सकता है। मैं इस सम्बन्ध में आपके साथ कुछेक सम्भावनाएं बांटना चाहता हूं। एक उदाहरण तो यह है कि हम दूसरी कक्षा के बच्चों को 6-8 के समूहों में बांट दें और प्रत्येक समूह को एक या दो पासे दे दें। प्रत्येक समूह अपने सामने रखने के लिए कंकड़ों का ढ़ेर इकट्ठा कर सकता है। हर बच्चा बारी-बारी से पासे फेंकेगा, हर बार दोनों पांसों पर आई संख्याओं का कुल जोड़ देख कर रिकार्ड कर लेगा और अपनी अगली बारी का इन्तजार करेगा। हर समूह में, 5 चक्कर के बाद, जिस-जिस का भी समूह में बाकी सबसे ज्यादा है, वह जीतेगा। थोड़े बड़े बच्चों कक्षा 4 व 5, के साथ हम उन्हें कोई भी पांच संख्या दे सकते हैं और कह सकते हैं कि जितने भी विभिन्न तरीके उनके बीच संक्रियाएं रख कर हम सोच सकते हैं सोचें। ऐसे जोड़ बनने चाहिए कि सभी से क्रियाओं के बाद उत्तर एक निश्चित संख्या ही आए। हरेक को ज्यादा से ज्यादा

मेरे विचार से स्कूल की कक्षाओं में गणित पढ़ाने के हमारे तरीके, हमारे दृष्टिकोण का कुछ और विकल्प होना आवश्यक है। गणित की कक्षा बच्चे के लिए अर्थपूर्ण होनी चाहिए। बच्चों को मौके मिलने चाहिए कि वे गणित की अमूर्त अवधारणाओं, प्रक्रियाओं, क्षमताओ को वास्तविक जीवन से सम्बन्धित व उसके करीब की परिस्थितियों को स्वयं विकसित करें। शिक्षण की प्रक्रिया इस बात से निर्देशित होनी चाहिए

जोड़े बनाने का प्रयास करना है। इस प्रकार के लगभग असंख्य कार्य सोचे जा सकते हैं और हर ऐसी क्रिया को अलग-अलग परिस्थितियों में प्रयोग किया जा सकता है। कक्षा में गणित सिखाने के लिए इस प्रकार के कई और भी प्रयास किए जा रहे हैं। इनमें अलग-अलग तरीके इस्तेमाल किए जा रहे हैं। हर शिक्षिका अपनी परिस्थिति के हिसाब से कुछ माने गए सिद्धान्तों को ध्यान में रख कर अपने तरीके विकसित करती है। ऐसी हरेक क्रिया जिसमें बच्चे के लिए जगह हो और जो सबसे कमजोर बच्चे में भी आत्मविश्वास डालने का प्रयास करे अर्थपूर्ण क्रिया है। अगर हम ऐसी गति से गणित पढ़ाएं जिसमें 80 प्रतिशत छात्र पीछे रह जाए तो हमारी गति में कुछ गलती है न कि हमारे छात्र-छात्राओं में।

मैं यह भी कहना चाहता हूं कि अगर फालतू की बोझिल चीजें छोड़ दी जाएं तो प्राथमिक शाला में जो गणित बच्चे को करना होता है वह बहुत अधिक नहीं है। हमारी समस्या यह है कि हम बहुत जल्दी से और बहुत तेजी से शुरू करते है और फिर उसी चीज को बार-बार इस तरह से दोहराते रहते है कि बच्चे का दिमाग मंदा हो जाए। हम शिक्षकों के पास भी लचीलेपन से कक्षा चलाने की बहुत जगह होती है जिसका हम उपयोग नहीं करते। आप भी इसके बारे में सोचें।

एक और बात जो मै कहना चाहता हूं वह यह है कि बच्चों के पास जगह हो और वह सक्रिय हों इसके लिए जरूरी नहीं कि बहुत बड़ा कमरा हो या बड़ी सी खुली जगह हो या फिर बहुत कूद-फांद, हंसना-खेलना वगैरह हो। हम यहां बहुत सारे गाने-बजाने व नाचने की भी बात नहीं कर रहे। इस सब की अपनी जगह हो सकती है पर यहां हम बच्चे के लिए जिस जगह की बात कर रहे हैं, वह जगह है बच्चे के लिए सोचने की, अपने विचार रखने की, नई चीजें बनाने की और स्वतंत्र रूप से कार्य करने की। सिर्फ एक ब्लैक बोर्ड के साथ और बच्चों के अपने सीटों पर बैठे-बैठे ही, सोचने के लिए, मानसिक क्रिया व अभ्यास के लिए बहुत सी जगह बनाई जा सकती है। गणित शिक्षण इस तरह की चीजों के गिर्द ही होना चाहिए। जब तक हम यह नहीं समझेंगे, यह नहीं मानेंगे, तब तक खूब सारी सामग्री, गतिविधियों की सूची, गतिविधियों को कैसे करवाएं, इसके लिए लम्बे निर्देश आदि-आदि हमें बच्चों के गणित सीखने के रास्ते में आने वाले मुख्य अवरोधों से पार पाने में हमारी मदद नहीं कर सकते।

प्राथमिक विद्यालयों में गणित की सामान्य त्रुटियां

एच.सी. प्रधान

इस लेख में मैं कुछ प्रकार की त्रुटियां प्रस्तुत कर रहा हूं जो कि प्राथमिक शालाओं के बच्चे गणित करते समय करते हैं। ज्यादातर यह त्रुटियां कलन का उपयोग करते समय होती है। क्या यह त्रुटियां समझने में असमर्थता के कारण होती है या लापरवाही की वजह से होती है? या फिर ये त्रुटियां बच्ची की व्यक्तिगत समझ, किसी अवधारणा पर उसके व्यक्तिगत परिप्रेक्ष्य के विकास का रास्ता दिखाती है? इन प्रश्नों का ध्यान रखते हुए ही हम कुछ त्रुटियों का विश्लेषण करेंगे। सबसे पहले हम संध्या द्वारा हल किये गए घटाने के कुछ सवालों को देखेंगे और समझने का प्रयास करेंगे कि इसके बारे में उसकी समझ कैसी है-

278	352	406
- 135	- 146	- 219
143	206	107
(क)	(ख)	(ग)

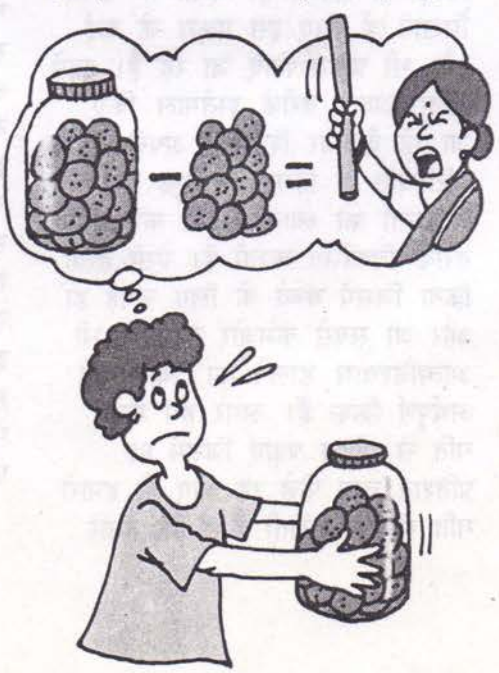
(क) से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि संध्या को बिना उधार लिए घटाना आता है।

(ख) से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि उसे उधार लेकर भी घटाना आता है।

जब हम अगले सवाल पर पहुंचते हैं तो हमें यह महसूस होता है उसे उधार लेने में कहीं कुछ कठिनाई है। यह क्या हो रहा है?

(ग) में जब उसे उधार लेकर 9 को घटाना है तो वह सामने 0 पाती है। इस प्रकार की स्थिति उसके सामने पहले नहीं आई होगी। इसलिए उसे पता नहीं है कि उसे क्या करना है। उसे सिर्फ यही पता है कि उसे उधार लेना है और उधार बांए से लेना है। इसलिए वह और आगे बढ़कर 4 से उधार ले लेती है। उधार लेने की बात को निपटाने के बाद उसको दहाई संख्या का कुछ करना है क्योंकि उसे 0 में से कोई संख्या घटाना नहीं आता है इसलिए वह बचने का यही रास्ता ढूंढ़ती है कि उत्तर में 0 लिख देती है।

बच्चों के ये हल, सही हों या गलत घटाने के प्रति समझ दिखलाते हैं। ये त्रुटियां लापरवाही वाली गलतियां नहीं हैं। इनके पीछे भी कोई तर्क है पहले



अनुभव के आधार पर सामान्यीकरण है। यह उसके काम का वास्तव में एक सकारात्मक पहलू है परन्तु उसका सामान्यीकरण गलत है। प्राथमिक स्तर पर बच्चों द्वारा की गई बहुत सी गलतियां इसी प्रकार की गलतियां होती हैं। प्राथमिक स्तर का गणित खास तौर से अंक व बीज गणित की रचना ऐसी है कि वह कलन विधि आधारित ही होती है। बच्चों को मात्र कलन बता दिए जाते हैं और उनका अनुकरण करने की हिदायत दे दी जाती है। किसी भी सवाल को करते समय बच्चे को बस यह चरण याद रहने चाहिए, चाहे उसके पीछे छिपे तर्क की उसे कोई समझ हो या न हो। कहीं-कहीं पर सवाल से जूझते समय ऐसा हो सकता है कि किसी चरण को अपनाते समय बच्ची को लगे कि उस चरण पर उसकी पकड़ नहीं है, ऐसा ही संध्या के साथ हुआ जब उसका उधार लेते समय शून्य से वास्ता पड़ा। ऐसे में अक्सर प्रयास होता है किसी पुराने देखे हुए हिसाब से अपनी पकड़ को थेगड़े लगा कर जोड़ने की प्रवृत्ति होती है। इसी से बच्ची अपने पुराने अनुभव के आधार पर स्वयं सामान्यीकरण करती है एवं परिकल्पना बना उसे नयी परिस्थिति में लागू करती है। अक्सर दैनिक जीवन में यह काम कर जाती है, यदि सामान्यीकरण गड़बड़ है तो बात गलत हो जाती है। परन्तु इन गलतियों के चलते हमें बच्चों को

और ज्यादा परिकल्पनाएं बनाने से व उनकी जांच-परख करने से नहीं रोकना चाहिए। हमें यह भी पहचानना चाहिए कि इसमें त्रुटियां होंगी ही परन्तु हम शिक्षक होने के नाते इन त्रुटियों को सीखने के उपयोगी साधनों में बदल सकते हैं।

इसी प्रकार के घटाने के कुछ और उदाहरण देखते हैं-

352	406
- 146	- 219
214	213

इस प्रकार की त्रुटि गणितीय साहित्य में बड़े से ही छोटा घटाया जा सकता है, बीमारी के रूप में पहचानी गई है। बच्चा वफादारी से सिर्फ इसी नियम को, जो कि उसने सीखा हुआ है लागू करता है कि छोटी संख्या को बड़ी में से घटाना है और इसी नियम को हर अंक (इकाई, दहाई, सैकड़ा आदि) में लागू करता है।

अब एक स्थानीयमान से सम्बन्धित उदाहरण देखते हैं। दूसरी कक्षा के बच्चों को तीन अंकों की संख्या लिखने को देने के बाद उनके जवाब लगभग एक ही प्रकार के थे- 476 के स्थान पर 40076, 353 के स्थान पर 30053 आदि। उनकी दहाई की संख्या की जानकारी सही थी, जो कि शायद उन्होंने पहली कक्षा में दो अंकों की संख्याओं के अभ्यास में सीखा होगा। कुछ बच्चों से बात करने पर यह मालूम हुआ कि उन्होंने 100, 200, 300, 400 संख्याएं रट कर सीखी थीं। इसलिए वे 2 अंकों की संख्या के साथ इन्हें जोड़कर लिख देते है, याने 476 को 40076 लिखते हैं, आदि।

अब हम भाजकता में जो महत्वपूर्ण व सामान्य त्रुटियां बच्चे सामान्य तौर पर करते हैं, उन्हें देखते हैं। सबसे सामान्य त्रुटि यह है कि बच्चे सभी विषम संख्याओं को अभाज्य संख्या मान लेते हैं। शायद उन्हें यह भ्रम इसलिए होता है क्योंकि उन्हें यह बताया जाता है कि 2 को छोड़कर सभी अभाज्य संख्याएं विषम हैं।

अब हम बच्चों के कुछ कथनों पर ध्यान देते है, उन्होंने कहा कि 24 के सभी भाजक 1, 3, 4, 6, 12, 24 हैं। बच्चे 2 के अलावा सभी भाजक संख्याएं बता रहे हैं। ऐसा क्यों हो रहा होगा? उन्हें हमेशा से यही बताया गया है कि भाजक संख्याएं लिखते वक्त 1 और दी गई संख्या (24) भी भाजकों में लिखनी होती है, ऐसा वे वफादारी से कर देते है। उसके बाद बाकी की भाजक संख्याएं भाग करके पता करनी होती है। ऐसा देखा गया कि वे भाग करते समय असल में भाज्यता को नहीं देखते बल्कि पहाड़े बोल कर जांचते है। भारतीय भाषाओं में बच्चे ज्यादातर 10 तक के पहाड़े बोलते, याद करते व बना लेते हैं। चूंकि $3 \times 8 = 24$; $4 \times 6 = 24$; $6 \times 4 = 24$ और $12 \times 2 = 24$ हैं। इसलिए पहाड़े बोल कर 3, 4, 6, 12 भाजक के रूप में 'खरे पहचान' लिए जाते हैं, किन्तु $2 \times 12 = 24$ इस तरह से पहाड़े बोल कर नहीं पहचाना जा सकता। बच्चे क्रमविनिमय (Commutativity) का भी उपयोग नहीं करते, इसके उपयोग से वे कह सकते थे कि अगर 12 भाजक है तो 2 भी भाजक होना ही चाहिए।

इस 'दिक्कत' की जांच इसी समूह से 36 के भाजक लिखवा कर की गई, इसमें से उन्होंने 2 व 3 दोनों को छोड़ दिया।

भाजकता जांचने में एक और मजेदार गलती इस प्रकार हैं- जब बच्चों को 8 और 9 का महत्तम पूछा गया तो उनमें से बड़ी संख्या में बच्चों ने कहा '0'। वे 8 को $2\times2\times2$, $9= 3\times3$ लिखते हैं और इनमें उनको कोई समान गुणन खण्ड नहीं मिलता और क्योंकि कोई भी समान गुणन खण्ड नहीं मिलता वे इसे 'शून्य' या 'कुछ नहीं' मान लेते है।

जो ढूंढ़ा जा रहा है उसकी अनुपस्थिति दर्शाने के लिए 0 लिखने की आदत अन्य परिस्थितियों में भी सामान्य रूप में दिखती है। उदाहरण के लिए बहुत से बच्चे ऐसा लिखते हैं-

$\frac{15}{5\times3} = 0$, $\frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{5\times3}} = 3$

अब एक दूसरा क्षेत्र लें जिसमें भी बच्चे काफी त्रुटियां करते हैं। भिन्न को जोड़ते (घटाते) समय सबसे सामान्य गलती है, हर को हर से और अंश को अंश से जोड़ना (घटाना)। यह गलती बच्चों के उत्तरों में से लिए गए निम्नलिखित नमूनों में भी देखी जा सकती है।

(1) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{5}{12}$

(2) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{0} = 4$

(3) $\frac{2}{7} + \frac{2}{5} = \frac{2}{12}$

(4) $\frac{23}{39} = \frac{20}{30} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$

इसमें रोचक बात यह है कि 'गुर' में (1), (2) व (4) को हल करते समय परिवर्तन होता रहा है, (2) में हर को घटाने पर छात्रा को 6-6=0 मिला है और अंश 5-1=4 है। बच्ची को यहां कुछ कठिनाई महसूस होती है क्योंकि उसे शायद यह पता है कि हर '0' नहीं हो सकता। इसलिए वह उसे भूल जाती है और एक समस्या रहित उत्तर 4 लिख देती है। (3) में हर को जोड़ दिया गया है और क्योंकि अंश समान है इसलिए उसने उन्हें उत्तर में वैसे ही शामिल कर लिया है। यह हो सकता है उसे समान हर के भिन्नों को जोड़ने की याद आ गई हो। समान हर के भिन्न

के जोड़ में हर वैसे ही लिखा जाता है और अंश जोड़ दिये जाते हैं। शायद इस बच्ची ने हर और अंश की भूमिका को उलट दिया है और यह अति सामान्यीकृत धारणा स्वयं कायम की है कि जो समान है उसे वैसे ही लिखना है और जो समान नहीं है उसे जोड़ देना है। (4) में बच्ची ने शायद इस 'गुर' को इस कदर आत्मसात कर लिया है कि वह इसे दी गई भिन्नों को सरल करने के लिए उपयोग कर रही है साथ ही उसे शायद समान हर वाली भिन्न जोड़ना आता है। इसलिए उसने-

$\frac{3}{9}=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$ लिया है।

आखिर में हम धनात्मक व ऋणात्मक चिन्हों वाली संख्याओं के साथ काम करने में हुई त्रुटियों को देखते हैं। एक सामान्य गलत धारणा यह है कि दो ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ने (या गुणा करने) पर धनात्मक (या ऋणात्मक) परिणाम आता है, जैसे

$-3-5 = +8$

अक्सर यह तब होता है जब बच्ची यह नियम सीख लेती है कि दो ऋणात्मक संख्याओं का गुणा धनात्मक उत्तर देता है। वह इस नियम का 'गलत' स्थान पर उपयोग करती है। दूसरी ओर यह जानते हुए कि $-3-5=-8$ बहुत सी छात्राएं इसी तर्क के आधार पर $(-3)\times(-5)=(-8)$ तक पहुंचती है।

बच्चों के लिए चिन्ह वाली संख्याओं को सीखने में बहुत बड़ी अवधारणात्मक 'कमजोरी' संक्रियाओं के चिन्ह (+ जोड़ का व - घटाने का) को संख्याओं के चिन्ह (+ धनात्मक के लिए और - ऋणात्मक संख्याओं के लिए) से अलग-अलग न कर पाना है।

यह बात $7+(-3) = 10$ में देखी जा सकती है। यहां बच्चों ने संक्रियात्मक चिन्ह को तो जाना है और काम में लिया है परन्तु संख्यात्मक चिन्ह को छोड़ दिया है।

बच्चों द्वारा की गई त्रुटियों को नकारने या उन पर सिर्फ गलत (काटे) का निशान लगाने के स्थान पर बच्चों के उत्तर के पीछे छिपे हुए तर्क को पहचानना शिक्षकों को बच्चों को सीखने में मदद करने में मदद उपयोगी होगा।

इसी का एक और रूप है $7+(-3) = -10$ यहां पर उसने शुरू में 3 के सामने लगे संख्यात्मक चिन्ह को शामिल नहीं किया और फिर उसको शामिल करके आखिर में जोड़ के पहले लगा दिया है। इसी प्रकार की गलती घटाने में भी होती है जैसे $7-(-3)=4$

गलतियां होने का एक महत्वपूर्ण गुण है कि कोई गलती सीधी व स्पष्ट स्थिति में सामने आए यह जरूरी नहीं है, किन्तु वह किसी अपेक्षाकृत जटिल व अप्रत्यक्ष स्थिति में सामने आ सकती है। उदाहरण के लिए एक बच्ची को यह मालूम हो सकता है कि $3-7 = -4$ या $-4 + 2 = -2$ और वो फिर भी निम्न त्रुटियां कर सकती है-

(1) $-4+2+10 = 16$; जहां उसने $-4+2 = 6$ लिया है;

(2) $3-7+10 = 14$; जहां उसने 7 और 3 का फर्क लेकर 10 में जोड़ दिया है; या

(3) $3-7-10 = 4-10 = 6$; जहां दोनों चरण में उसने संख्याओं के बीच भीतर की गणना की है।

आखिरी चरण तक पहुंचने के लिए किसी बीच के एक परिणाम को सम्भाल रखने की दिक्कत बच्चों में दिये अवधारणात्मक भ्रमों को सामने ले आती है और ऊपर बताई गलतियों जैसी गलतियां पैदा हो जाती है। यही बात दूसरे क्षेत्रों में भी पायी जाती है। जैसे कि एक बच्ची संक्रियात्मक चिन्हों के क्रम पर ध्यान देते हुए $5+3\times4=17$ कर लेती है पर वही बच्ची $4\times15-10$ करते समय $4\times15-10 = 20$ लिख सकती है।

उपरोक्त अनुच्छेदों में हमनें विभिन्न प्रकार की त्रुटियां पर बातचीत की है। यह सब उपस्थित परिस्थितियों से जूझने के लिए बने तरीके हो सकते हैं। बच्ची कोई नियम, कोई परिभाषा या कोई अवधारणा जिसकी कलन के किसी चरण में उसे जरूरत है भूल जाती है। ऐसी स्थिति में इस बात का अहसास करते हुए कि वह कुछ भूल रही है, बच्ची नियम का अपना ही रूप गढ़ कर उपयोग कर लेती है या फिर कोई दूसरी ही अवधारणा या नियम लागू कर लेती है। इसी से गलतियां होती हैं और हर बच्चें द्वारा अपनाया गया विकल्प ज्यादा स्वाभाविक, ज्यादा नैसर्गिक, ज्यादा लुभावना और ज्यादा आसान होता है। हमें यह पहचानने की जरूरत है कि बच्ची अपने पिछले अनुभवों के आधार पर सामान्यीकरण करने की कोशिश करती है और ऐसा करने में कई बार वह अधूरा अथवा कई बार गलत सामान्यीकरण भी करती है। बच्चों द्वारा की गई त्रुटियों को नकारने या उन पर सिर्फ गलत (काटे) का निशान लगाने के स्थान पर बच्चों के उत्तर के पीछे छिपे हुए तर्क को पहचानना शिक्षकों को बच्चों को सीखने में मदद करने में उपयोगी होगा।

क्या वास्तव में यह बच्चा गणित जानता है

एच.के. दीवान

ये घटनाएं लगभग एक सप्ताह के बीच की है। एक तीन साल के बच्चे- मुन्ना को पुस्तकों से पढ़ी हुई कहानियां सुनने की आदत थी। एक दिन उसने अपने पिताजी से एक विशेष कहानी बार-बार सुनाने को कहा और अपने दोनों हाथों को खोल कर इशारे से बताया, इतनी बार सुनाओ। जब पिताजी ने कहा कि ये तो बहुत ही ज्यादा बार है तब उसने एक हाथ पूरा खोलकर कहा कि चलो इतनी बार। पिताजी ने पूछा ये कितनी बार है, उसने कहा ''पांच बार''। एक बार कहानी पूरी सुनाने पर उसने अपना अंगूठा बंद किया और कहा कि अब इतनी बार बाकी है। यह पूछने पर कि कितनी बार बाकी था, उसने कहा अभी ''चार बार''। कहानी एक बार और सुनाने पर उसने एक अंगुली और बंद की और कहा ''इतनी बार बाकी है।'' यह पूछने पर कि कितनी बार बाकी है उसने कहा कि तीन बार बाकी है। एक बार और कहानी सुनाने पर उसने दो अंगुलियां बंद की और कहा इतनी बार और बाकी है। परन्तु जब उसे यह याद दिलाया गया कि उसने छोटी अंगुली तो पहले ही बंद कर दी थी वह मान सा गया और सिर्फ दो अंगुली ही खुली छोड़ कर बोला कि कहानी दो बार और पढ़ी जानी चाहिए और फिर यकीनन उसने पिताजी से कहानी दो बार और पढ़वाई।

इसी दौरान एक बार मुन्ना की माँ को कुछ दिन शहर से बाहर जाना पड़ा जिस दिन माँ गई उससे अगली सुबह मुन्ना ने जागने पर पूछा, ''क्या माँ आज आ रही है?'' जब उसे यह बताया गया कि माँ पिछले दिन ही तो गई थी तो उसने कहा कि ''बहुत दिन हो गये है।'' अगले दिन उसने फिर वही सवाल पूछा और जब उसे कहा गया कि अभी दो दिन ही तो हुए हैं तो उसने कहा बहुत दिन हो गए हैं, 5 या 6 दिन तो हो ही गये है।

एक और घटना है जो मुन्ना के उन जगहों से सम्बन्ध से जुड़ी है जिन जगहों के बारे में उसे पता है। उसकी आण्टी इन्दौर में रहती है और उसे यह विश्वास है कि जब वह बड़ा हो जाएगा तब इन्दौर जा पाएगा। एक बार उसने यह सुना कि गुवाहटी बहुत दूर है तो उसने पूछा कि क्या वह इन्दौर से भी ज्यादा दूर है? जब उसे बताया गया कि गुवाहटी तो इन्दौर से भी अधिक दूर है तो वह माना नहीं और कहने लगा, ''नहीं, ऐसा नहीं हो सकता।'' वह बीच-बीच में इन्दौर और गुवाहटी के बारे में पूछता रहता है और कहता है कि गुवाहटी, इन्दौर से दूर हो ही नहीं सकता।।

अब मेरा सवाल: ऊपर दी गई तीन अन्त:क्रिया देखें:-

1. क्या यह बालक व वयस्क की अन्त:क्रिया के उस पहलू को दर्शाते है जिसमें बालक बिना गलती करने के डर के कोई धारणा विकसित कर रहा है?
2. इन उदाहरणों में ऐसे बहुत से प्रमाण हैं जिनसे पता चलता है कि बच्चे को क्या नहीं आता है। परन्तु आप इस बारे में क्या-क्या खोज सकते है कि यह बच्चा क्या जानता है और वह इस अन्त:क्रिया से क्या सीख रहा हो सकता है?

बहु सांस्कृतिक गणितीय शिक्षा पेरू

जोखेम श्रोएडर

पेरू दक्षिण अमेरिका का एक देश है जहां लगभग एक करोड़ सत्तर लाख लोग रहते हैं। यहां के 1991 के संविधान में यह परिभाषित किया गया है कि यह देश विभिन्न भाषाओं, संस्कृति व जातियों से मिले हुए समाज से बना है।

वहां के विद्यालयों की धारा (एक्ट) के अनुसार प्राथमिक विद्यालयों के पाठ्यक्रम में इस सांस्कृतिक विभिन्नता को ध्यान में रखा जाना चाहिए। विद्यालयों (40,000 पूरे देश में) की जटिल स्थिति और शिक्षकों की कठिन कार्य परिस्थिति को समझने के लिए यह ध्यान रखना चाहिए कि यहां पर स्पैनिश भाषा के साथ-साथ लगभग 80 भाषाएं बोली जाती है। करीब 200 जातीय समूह पेरू देश में रहते हैं। इनमें विभिन्न जातीय व भाषीय समूहों का वितरण सभी स्कूलों में अलग-अलग है और इसीलिए हर स्कूल में भाषायी, जातीय व सांस्कृतिक परिस्थितियां अलग - अलग है। पेरू की राजधानी लीमा में 8.8 करोड़ लोग है, इनमें स्पैनिश बोलने वाले मेस्टीजोज है, जो कि यूरोपियन उपनिवेशकों के वंशज है, चीन, जापान और कई अरब देशों के प्रवासी है, वे सब प्रवासी शहर की अलग-अलग बस्तियों में रहते है और स्पैनिश लगभग नहीं ही बोलते, इसके अलावा लीमा में पेरू के कोने-कोने से आए प्रवासी है जो अपने कबीलों की भाषाएं बोलते है और बहुत ही कम स्पैनिश भाषा बोलते है। 50 लाख लोग एन्डीज पहाड़ों पर 4000 मीटर तक कि ऊँचाई पर रहते है और अक्सर दो स्थानीय मुख्य भाषाओं कुबेचुआ और अगमरा में से एक बोलते है। पहाड़ी इलाके के लोग स्थानीय लोगों (इंडियन) के परम्परागत तरीकों वाला ही जीवन जीते है और सब मिलजुल कर सामूहिक खेती करते है। पेरू का सबसे बड़ा हिस्सा जंगल है जो अमेजन नदी व उसकी सहायक नदियों के पास का कम ऊँचाई का मैदानी इलाका है। इस इलाके में कोई शहर नहीं है, सिर्फ कुछ छोटे-छोटे कस्बे है। ज्यादातर लोग 10-30 के समूहों में नदी या तालाब के किनारे बस्तियों में रहते है। इन कस्बों में बहुत कम स्कूल है जिनमें बच्चे वर्षा ऋतु में (अक्टुबर से मार्च) अपने शिक्षकों के साथ छात्रावास में रहकर पढ़ते है।

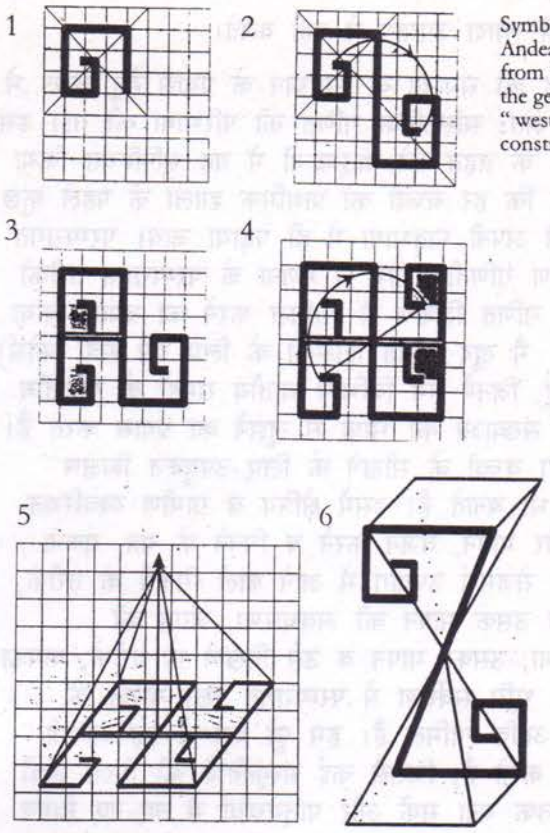
प्राथमिक शिक्षा 6 वर्ष की होती है। पिछले कुछ दशकों में यह प्रयास किया गया कि पेरू के प्रत्येक बच्चे के लिए स्कूल की सुविधा हो और इसके लिए पर्याप्त संख्या में शिक्षकों को प्रशिक्षित किया जाए। अब लगभग सभी बच्चों का पहली कक्षा में नामांकन हो जाता है परन्तु इसमें से आधे भी चौथी कक्षा तक नहीं पहुंचते और केवल एक तिहाई बच्चे ही प्राथमिक शिक्षा पूरी कर पाते है। शहरों में लड़के व लड़कियों की स्कूल छोड़ने की दर लगभग एक समान होती है। ऊँचे मैदानी इलाके के गांवों में स्कूल छोड़ने वाले लड़कों की संख्या ज्यादा होती है, चूंकि वहां खेती का काम आदमियों द्वारा ही किया जाता है। लड़कियां घरों में ही काम करती है जिसे वे दोपहर में भी कर सकती है, इसलिए उन्हें अभिभावक

यहां पर गरीबी की समस्या के अलावा बहु-भाषीयता, बहुजातियता, बहु सांस्कृतिकता से उपजी बहुत सी अन्य समस्याओं से भी पार पाना होगा यदि बच्चों को अपना स्कूल सफलतापूर्वक पूरा करना है। स्कूली पढाई में आने वाली अड़चनों का एक उदाहरण यह है कि प्राथमिक शालाओं में हिसाब मान्य अन्तर्राष्ट्रीय अंकों के आधार पर सिखाया जाता है।

विद्यालय भेजने का निर्णय लेते है। परन्तु अमेजन नदी के निचले मैदानी हिस्से में बिल्कुल विपरीत स्थिति है। यहां परम्परागत खेती का काम जिसमें जानवरों की देखभाल और मछली पकड़ने का काम भी शमिल है, औरतें ही करती है और इसलिए लड़कों को ज्यादा से ज्यादा समय तक विद्यालय भेजा जाता है।

यहां पर गरीबी की समस्या के अलावा बहु-भाषीयता, बहुजातियता, बहु सांस्कृतिकता से उपजी बहुत सी अन्य समस्याओं से भी पार पाना होगा यदि बच्चों को अपना स्कूल सफलतापूर्वक पूरा करना है। स्कूली पढ़ाई में आने वाली अड़चनों का एक उदाहरण यह है कि प्राथमिक शालाओं में हिसाब मान्य अन्तर्राष्ट्रीय अंकों के आधार पर सिखाया जाता है, लेकिन बहुत से जाति समूहों की गिनती की प्रक्रिया का आधार 10 नहीं वरन 5 है या 20 है। सामान्य तौर पर बच्चे इन प्रणालियों में गिनना स्कूल आने से पहले ही सीख लेते है चूंकि उनकी मातृभाषा कोई स्थानीय भाषा होती है। स्कूल आने से पहले से ही जब वे घर के किसी रोजमर्रा के काम में मदद करते है, तो अक्सर वे घर पर हर संख्या के लिए स्थानीय शब्द जान लेते हैं और इस तरह से पहले वे गैर दाशमिक प्रणाली का उपयोग करते हैं। स्कूल शुरू करने पर अपने तरीके को छोड़ कर दाशमिक प्रणाली वाले गणित तक जाने में उन्हें बहुत दिक्कत आती है।

एक और उदाहरण देखें, प्राथमिक शाला का पाठ्यक्रम बताता है कि पंहली कक्षा में ही गणना पैसे (मुद्रा) के माध्यम से सिखाई जाती है जैसे नोट और रेजगारी गिनना, रेजगारी वापस करना आदि। यह पद्धति बच्चों की रोजमर्रा की जिंदगी को संख्या की बुनियादी अवधारणाओं से जोड़ने का प्रयास करती है। ऐसा इसलिए कि उनका सीखना उनकी पूर्व की समझ व उनके अनुभवों पर बनाया जा सके। लेकिन रूपये-पैसे तो केवल शहरों और कसबों में ही चलते है। जब कि ऊँचे व निचले मैदानों में तो वस्तु-विनिमय से ही काम चलता है। साप्ताहिक हाट में बच्चों को यह मालूम चल जाता है कि कितनी मुट्ठी सेम आधा झोला आलू के बदले मिलेगा या टिन की एक बाल्टी भर चावल के बदले कितने केले मिलेंगे। उन्हें यह भी मालूम हो जाता है कि कितनी प्लास्टिक की बाल्टियां, कितना केरोसिन, कितने कंघे, घड़े या कपड़े धोने के पाउडर या साबुन की कितनी मात्रा को कितने-कितने अन्य सामान के बदले दिया-लिया जाता है। इन क्षेत्रों के बच्चों को लेकिन पैसे (मुद्रा) के बारे में कुछ भी ज्ञान या समझ नहीं होती है। स्कूल का पाठ्यक्रम इस बात का लगभग कोई ध्यान नही रखता। इसके अलावा कई पाठ्यक्रमों के अनुसार बच्चे को घड़ी अथवा क्लॉक से समय देखना आना चाहिए। उसे अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर मान्य सैकेंड, मिनिट व घण्टे के विभाजन को सीखना चाहिए, उसे



Symbolic (ritual) Andean numbers from 1 to 4 and the geometric "western style" construction.

Number 5

I take number 4 bi - dimensional plus the third dimension andf get a symbolic spiral.

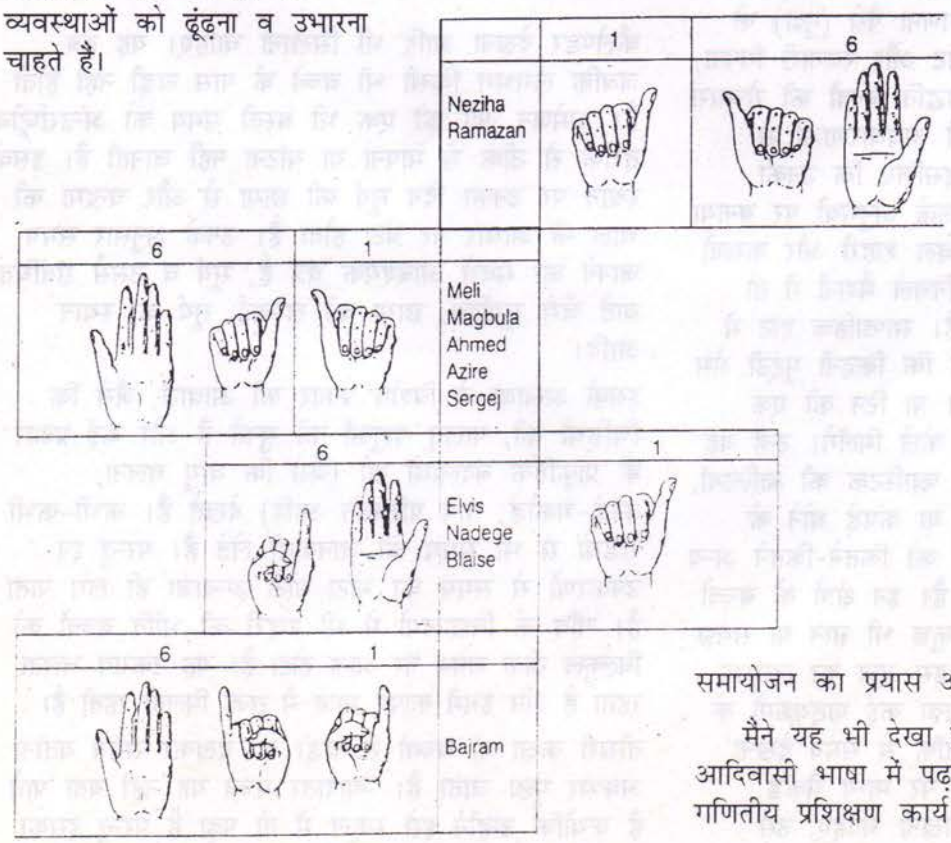
कैलेण्डर देखना आदि भी सिखाना चाहिए। यह तब जबकि लगभग किसी भी बच्चे के पास घड़ी नहीं होती है। अमेजन नदी की एक भी बस्ती समय को अन्तर्राष्ट्रीय तरीके से ठीक से मापना या बांटना नहीं जानती है। इसके स्थान पर उनका दिन सूर्य की छाया से और चन्द्रमा की चाल के आधार पर बंटा होता है। उनके अनुसार समय जानने का सबसे आवश्यक यंत्र है, सूर्य व उससे संबंधित बातें जैसे सूर्योदय, छाया की लम्बाई, सूर्य का स्थान आदि।

इसके अलावा वे विशेष प्रकार की आवाजें, जैसे कि चिड़ियों की, पालतू पशुओं की सुनते है और कई प्रकार के प्राकृतिक बदलावों को (जैसे कि वायु चलना, कीड़े-मकौड़े, ताप परिवर्तन आदि) देखते है। कभी-कभी रेडियो से भी समय की जानकारी लेते है। परन्तु इन उपकरणों से समय का मोटा-मोटा अन्दाजा ही लग पाता है। गाँव के विद्यालयों में भी शहरों की भांति बच्चों को बिल्कुल ठीक समय पर आना होता है। यह टकराव चलता रहता है और इसमें काफी मात्रा में सजा मिलती रहती है।

तीसरी कक्षा के बच्चों से घड़ी को देखकर समय बताना अक्सर पूछा जाता है। ज्यादातर बच्चे यह नहीं बता पाते है क्योंकि उन्होंने इसे स्कूल में तो पढ़ा है परन्तु इसका

जीवन में ज्यादा उपयोग वे नहीं करते।

इस तरह की समस्या के समाधान के प्रयास हेतु 1995 में पेरू में अंत: सांस्कृतिक गणित की परिभाषा की गई। इस कार्यक्रम के तहत बने पाठ्यक्रमों में यह सुनिश्चित किया जाता है कि हर बच्ची को प्राथमिक शाला के पहले कुछ सालों में अपनी मातृभाषा में ही पढ़ाया जाय। परम्परागत व ग्रामीण गणितीय सोच व गणना के परम्परागत तरीको को भी गणित शिक्षण में शामिल करने का प्रयास किया गया है। मै खुद गणित शिक्षकों के लिए ऐसे सत्र (कोर्स) करता हूं, जिनमें हम विभिन्न जातीय समूहों के गणितीय ज्ञान व संख्याओं की भाषा से जूझने का प्रयास करते हैं। हम लोग बच्चों के सीखने के लिए उपयुक्त शिक्षण सामग्री भी बनाते हैं। इसमें क्षेत्रिय व ग्रामीण व्यवस्थित ढांचे और मापने, वजन करने व गिनने के यंत्र, गणना करने में रोजमर्रा उपयोग में आने वाले गिनती के तरीके, समय व उसके मापन की अवधारणा, जगह की अवधारणा, उसका मापन व उसे दिखाने के तरीके, कपड़ा उत्पादन, भूमि सर्वेक्षण में परम्परागत रेखा गणित के उपयोग आदि शामिल हैं। हम पूरे देश से यह सामग्री इकट्ठी करते हैं, जिससे कई संस्कृतियों की मिली-जुली पाठ्यपुस्तक बना सकें और पाठ्यचर्चा में नए-नए विषय (थीम) शामिल कर पाएं। गणित शिक्षण से हम देश का मिश्रित व बहुसांस्कृतिक चरित्र भी और सांस्कृतिक विशिष्टता वाली गिनती की व्यवस्थाओं को ढूंढना व उभारना चाहते हैं।



इस सबमें खोज का एक मुख्य क्षेत्र है सामान्य जनता के गणितीय ज्ञान के ढांचे के टुकड़ों को खोजना व उनके आधार पर ढांचे का निर्माण करना। जैसे- भेड़ चराने वाले/वाली अनपढ़ गडरिए का छोटे रंगीन पत्थर या धागे की मदद से अपने जानवर गिन पाना;

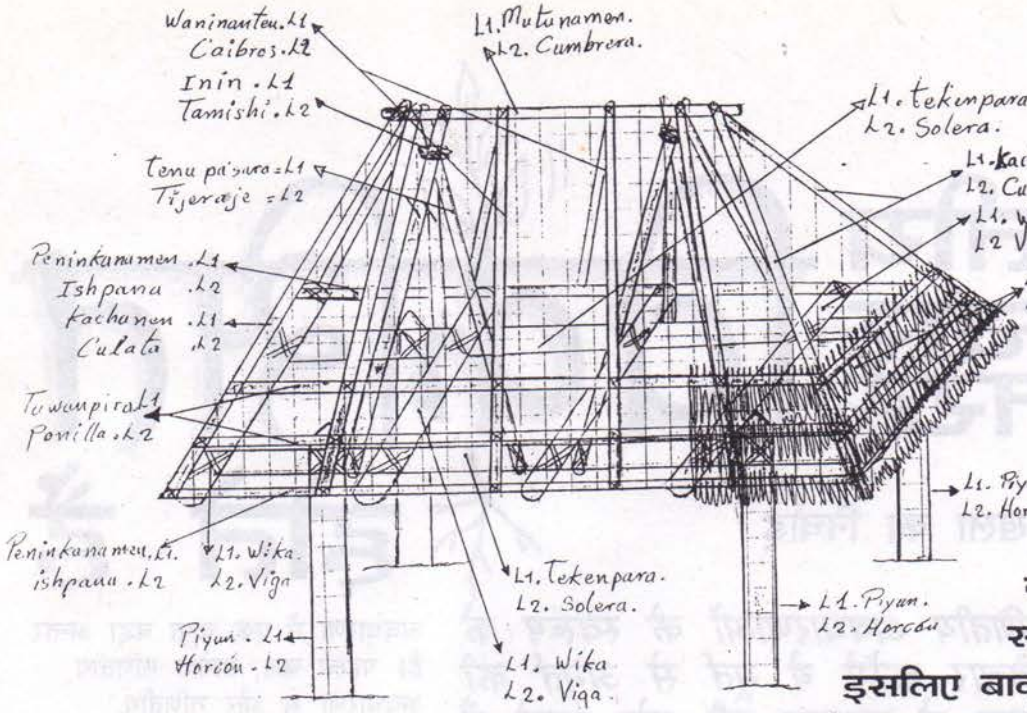
या फिर दुकानदारों से बातचीत करके यह पता करना कि वह सामान की अदला-बदली कैसे करते हैं, दाम के बदलाव, रेजगारी, लेन-देन कैसे सम्भालते हैं; बढ़ईयों को फर्नीचर या लकड़ी नापते हुए ध्यान से देखना आदि। इन सबसे ही मिलकर लोगों के करीब की गणितीय सामग्री बनती है।

साथ ही यह सवाल भी महत्वपूर्ण है कि एक बहुभाषीय कक्षा में गणितीय पाठ कैसे पढ़ाया जाए। अकेले-अकेले, शब्दों को दूसरी भाषा में अनुवादित करना पर्याप्त नहीं है क्योंकि सांस्कृतिक परिवेश को गणितीय अवधारणा के साथ गूंथा जाना चाहिए। इसलिए बाकी प्रकार के गणित में भी हम भाषायी तुलना का इस्तेमाल कर रहे हैं, जिससे की संख्या नाम का भाषायी ढ़ांचा समझा जा सके। यह गणितीय ढांचे की सांस्कृतिक पृष्ठ भूमि और सामाजिक उपयोगिता को समझने का और विभिन्न गणितीय व्यवस्थाओं में अंतर समझने की बुनियाद है।

यह सब करने की वजह से समाज में अंतरनिहित गणितीय ज्ञान को गणित के पाठ में इस्तेमाल करना सम्भव हो सकेगा।

इस प्रकार का लक्ष्य प्राप्त करने में कई कठिनाईयां है। प्राथमिक विद्यालय के शिक्षकों को स्पैनिश व अमरीकी आदिवासी भाषा दोनों में पढ़ाने का प्रशिक्षण दिया जाता है। यह एक राष्ट्रीय पाठ्यक्रम भी है जिस पर पेरू के हर क्षेत्र में ध्यान देना जरूरी है। परन्तु वहां की स्थानीय शिक्षा के लिए, सरकार को इस पाठ्यक्रम को स्थानीय संस्कृति एवं भाषा के आधार पर संशोधित करके समायोजित करना होगा। किसी भी क्षेत्र में शिक्षा की परिस्थिति इसके लागू होने की सफलता पर आधारित होगी। कई क्षेत्रों में समायोजन का प्रयास अपर्याप्त रहा है।

मैंने यह भी देखा है कि कई शिक्षक अमरीकी आदिवासी भाषा में पढ़ाने से इंकार कर देते हैं। अपने गणितीय प्रशिक्षण कार्य में हमें यकायक ही इसके पीछे



यह सवाल भी महत्वपूर्ण है कि एक बहुभाषीय कक्षा में गणितीय पाठ कैसे पढ़ाया जाए। अकेले- अकेले, शब्दों को दूसरी भाषा में अनुवादित करना पर्याप्त नहीं है क्योंकि सांस्कृतिक परिवेश को गणितीय अवधारणा के साथ गूंथा जाना चाहिए। इसलिए बाकी प्रकार के गणित में भी हम भाषायी तुलना का इस्तेमाल कर रहे हैं जिससे की संख्या नाम का भाषायी ढांचा समझा जा सके। यह गणितीय ढांचे की सांस्कृतिक पृष्ठ भूमि और सामाजिक उपयोगिता को समझने का और विभिन्न गणितीय व्यवस्थाओं में अंतर समझने की बुनियाद है।

छिपे व्यक्तिगत व जीवन की कहानी से संबंधित कुछ कारण पता चले। लगभग पंद्रह वर्ष पहले तक आम जनता के बीच स्थानीय प्राचीन भाषा बोलना या उपयोग करना सख्त मना था। पांच वर्ष पहले ही पेरू में अमरीकी आदिवासीयों के विरूद्ध एक रक्तरंजित गृह युद्ध छेड़ा गया था। आज तक भी 'इन्डियो' शब्द का किसी के लिए इस्तेमाल अपमानजनक माना जाता है। ये लोग सामाजिक ढ़ांचे में सबसे पिछड़े ही है। 'इन्डियो' को ऐसा व्यक्ति माना जाता है, जो अमरीकी आदिवासी भाषा बोलता है और इसलिए स्पैनिश नहीं जानता। बहुत से लोग इस अनुभव के साथ बड़े हुए कि पेरू में बने/बचे रहने के लिए स्पैनिश बोलना अति आवश्यक है।

हमारे प्रशिक्षण कोर्स में भाग लेने वाले कई शिक्षकों ने बताया है कि बचपन में अपनी मातृभाषा (स्थानीय लोगों की प्राचीन भाषा) बोलते पकड़े जाने पर किस प्रकार उनके पिताजी पिटाई किया करते थे और यदि विद्यालय में सिर्फ स्पैनिश ही नहीं बल्कि, सही स्पैनिश नहीं बोलते तो उन्हें शिक्षक पीटते थे। एक बड़ा मनोवैज्ञानिक अवरोध इसी प्रकार की मारपीट के व्यक्तिगत अनुभव का होता है, जिनके चलते शिक्षक बहु-भाषीय शिक्षण के लिए मना करते है। अत:सांस्कृतिक गणित शिक्षण की अवधारणा के माध्यम से हम उन्हें लम्बे समय से दबाई गई (गणितीय) भाषा को खोजने में मदद करने की कोशिश कर रहे हैं। गणित अत:सांस्कृतिक गणित सरकार के शिक्षा सुधार का एक हिस्सा है। इस सुधार के मुख्य लक्ष्य मानव अधिकारों, लिंग व अत:सांस्कृतिक सम्पर्क से प्रभावित है।

इन तीनों पहलुओं पर विचार विद्यालय के हर विषय (गणित में भी) के संदर्भ में होने चाहिए। इसी सुधार पर आधारित कुछ लम्बे अन्तराल वाले शिक्षक प्रशिक्षण कार्यक्रम चलाये जा रहे हैं। उदाहरण के लिए- राजकीय शिक्षक प्रशिक्षण महाविद्यालयों में गणित प्रशिक्षकों को चार वर्ष तक की अवधि में अत:सांस्कृतिक कार्यशाला में भाग लेने का मौका दिया गया है। इन कार्यशालाओं के दौरान पाठ्यचर्या के मसलों से सम्बन्धित समस्याएं, diadactical items नयी शिक्षण सामग्री व पाठ के ढांचे आदि तैयार किए जाते हैं। इन कार्यशालाओं में स्थानीय प्राचीन गणित के बारे में भी बातचीत होती है। पाठ्यक्रम सम्बन्धी, शिक्षात्मक सामग्री, पाठ-योजना बनाना आदि पर चर्चा की जाती है।

जाहिर है कि इस क्षेत्र में पेरू में ही नहीं बल्कि दूसरे बहु-सांस्कृतिक देशों में भी बहुत कुछ करने की आवश्यकता है।

गणितीय विचार किस तरह विकसित होते हैं

इग्नू के ए.एम.टी. श्रृंखला का निचोड़

इस भाग में हम गणितीय अवधारणाओं के स्वरूप के तीन पहलूओं पर विचार करेंगे ये मूर्त से अमूर्त की तरफ बढ़ते हैं विशिष्ट से व्यापक की ओर बढ़ते हैं और सोपानक्रमिक संरचनाएं बनाते हैं। आप कह सकते हैं कि ये तीन पहलू किसी भी क्षेत्र में ज्ञान की खोज में देखे जा सकते हैं। हम गणित के संदर्भ में इनकी जांच करेंगे, और देखेंगे कि ये गणित के लिए कितने मौलिक, अहम और महत्वपूर्ण है।

1 मूर्त से अमूर्त तक

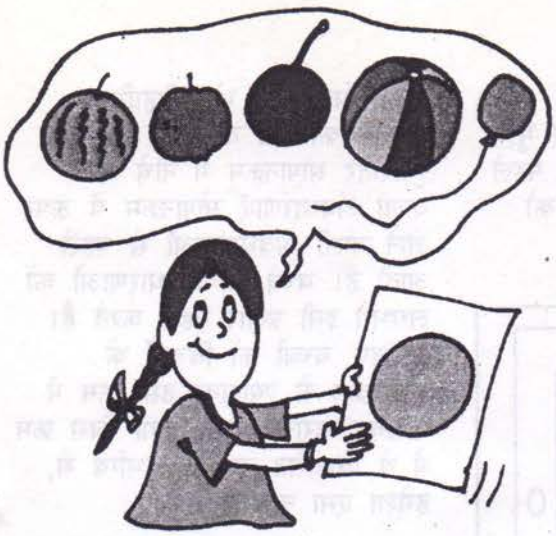
सभी ज्ञान की तरह गणित भी हमारे ठोस अनुभवों से विकसित होता है। त्रिविम आकारों का ही उदाहरण लीजिए। सोचिए कि ''गोलाई'' या गोल की संकल्पना को आपने कैसे समझा। क्या आपकी मानसिक प्रक्रिया कुछ निम्न प्रकार की थी?

हम अपने चारों ओर बहुत तरह की चीजें देखते हैं। उन्हें देखने पर हम पाते हैं कि उनमें से कुछ चीजों, जैसे- गेंद, संतरा, तरबूज, लड्डू में एक ही प्रकार की नियमितता है, यानि की गोलाई। और इस प्रकार हमारे दिमाग में ''गोलाई'' की अवधारणा धीरे-धीरे विकसित होती है। हम गोल चीजों को उन चीजों से अलग कर सकते हैं जो गोल नहीं है। हम यह भी महसूस करते हैं कि गोलाई का गुण, जो सब गोल चीजों में होता है, इन चीजों के अन्य गुणों, जैसे जिन पदार्थो से वे बने है, उनके अमाप, या उनके रंग, से संबंधित नही है। धीरे-धीरे गोलाई की अवधारणा को उन मूर्त (या ठोस) चीजों से अलग करने लगते हैं जिनसे उसे प्राप्त किया गया है। गोलाई के मूलभूत गुण के आधार पर हम गोले की अवधारणा को विकसित करते हैं। एक बार जब हम यह अवधारणा बना लेते हैं तो गोले की बात करते समय हमें किसी विशेष गोल चीज के बारे में सोचने की जरूरत नहीं पड़ती है। हमने इस अवधारणा को अपने मूर्त अनुभवों से सफलतापूर्वक अमूर्त स्तर पर प्राप्त कर लिया है।

इसी प्रकार, हम ''लालपन'' की अवधारणा भी प्राप्त करना सीखते हैं। लेकिन इस अवधारणा और गणितीय अवधारणा में एक बहुत बड़ा अन्तर है। पहली बात, प्रत्येक गणितीय अवधारणा से और गणितीय अवधारणाएं जनित होती है । उदाहरण के लिए गोले की अवधारणा से संबंधित हम त्रिज्या, केंद्र, गोले का पृष्ठ क्षेत्रफल और आयतन की अवधारणाएं जनित करते है।

दूसरी बात, संबंधित अवधारणाओं के बीच पूरी तरह अमूर्त और औपचारिक संबंध के बारे में हम सोच सकते है। उदाहरण के लिए, गोले और उसके आयतन के बीच के सम्बन्ध को देखिए। चाहे गोले का आकार कुछ भी हो या वह किसी भी पदार्थ का बना हो, संबंध वही रहता है। गोले का आयतन सिर्फ उसकी त्रिज्या पर निर्भर करता है, चाहे गोला कितना भी बड़ा या छोटा हो।

इस तरह हम मूर्त चीजों से अमूर्त गणितीय अवधारणा प्राप्त कर सकते है। साथ ही, हम और संबंधित अमूर्त विचार उत्पन्न कर सकते है, और सैद्धान्तिक रूप से हम उनके बीच के संबंध का अध्ययन कर सकते है। ये अमूर्त गणितीय विचार हमारे दिमाग में बस जाते है, उन मूर्त अनुभवों से स्वतंत्र जिनसे ये जनित हुए। ये विचार बहुत सी संबंधित अमूर्त अवधारणाएं और उनके बीच के संबंधों को जन्म दे सकते है। विचारों



हम अपने चारों ओर बहुत तरह की चीजें देखते हैं। उन्हें देखने पर हम पाते हैं कि उनमें से कुछ चीजों जैसे- गेंद, संतरा, तरबूज, लड्डू में एक ही प्रकार की नियमितता है, यानि की गोलाई। और इस प्रकार हमारे दिमाग में ''गोलाई'' की अवधारणा धीरे-धीरे विकसित होती है।

और संबंधों की इमारत बढ़ती रहती है, और हमारे अमूर्त संसार को और बड़ा बनाती जाती है।

अब आप गणित के स्वरूप के इस पहलू से संबंधित एक और उदाहरण के बारे में सोचिए, निम्नलिखित अभ्यास को करते वक्त।

ई 8) क्या आप समझते है कि संख्या पद्धति इसी प्रकार विकसित हुई है? यदि हां, तो कैसे?

आइए अब गणित के विकास का एक दूसरा रास्ता देखें। इसका उस पहलू से घनिष्ठ संबंध है जिसकी अभी हम चर्चा कर रहे थे।

2 विशिष्ट से व्यापक तक

जब मै कहती हूं ''पूंछ'', तो आपके आंखों के सामने कौन सी तस्वीर आती है? घोड़े की पूंछ की, या बंदर की पूंछ की? या आपको अपने पालतू कुत्ते की पूंछ दिखती है? किसी विशिष्ट जानवर की पूंछ में बहुत सी ऐसी विशेषताएं होती हैं जो ''पूंछ'' की अवधारणा में नहीं है। उदाहरण के लिए, मेरे घोड़े की दो फुट लम्बी काली पूंछ है। मैं उसके बालों की मोटाई, उसके रंग, वह कोण जो वह शरीर के साथ बनाती है, आदि बता सकती हूं। लेकिन क्या यह बातें किसी भी घोड़े की पूंछ के लिये सही होंगी? क्या इनमें से कुछ विशेषताओं को अलग-अलग घोड़ों के लिए बदलने की आवश्यकता नहीं होगी? इसलिए, अगर मै इस अवधारणा को सब घोड़ों पर लागू करना चाहती हूं तो मुझे घोड़े की पूंछ की ऐसी तस्वीर बनानी होगी, जो केवल मेरे घोड़े की पूंछ की विशेषताओं तक सीमित न हो।

अब, मै पाती हूं कि गायों और कुत्तों के शरीरों पर भी ऐसी ही चीजें लगी होती है। इसलिए, अपनी अवधारणा में सब जानवरों की पूंछों को शामिल करने के लिए मै इसे और भी व्यापक बनाती हूं।

इसलिए, एक विशिष्ट स्थिति से लेकर और ज्यादा स्थितियों को शामिल करने के लिए अवधारणा को व्यापक बनाते समय, हम विशिष्ट स्थिति के कुछ गुणों को छोड़ देते है और उन गुणों को चुनते है, जो सभी उदाहरणों में है। हम उनके इन सामान्य गुणों से व्यापक अवधारणा बनाते हैं।

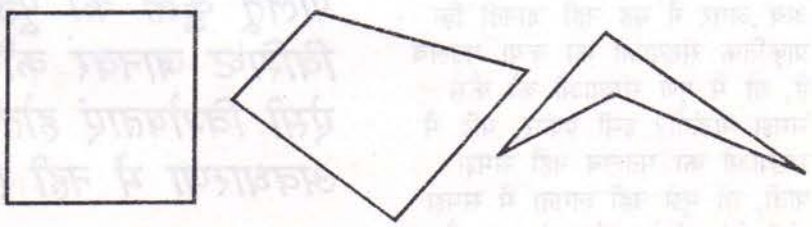
क्या यह वही तरीका नहीं है जिससे हम चतुर्भुज की अवधारणा बनाते है? हम वर्गो, आयतों, समलंब, इत्यादि को जांचते है और वे गुण चुनते है जो सब में पाए जाते है, यानि कि ये सभी चार भुजाओं वाली बंद आकृतियां हैं। इस प्रकार, हम चार भुजाओं की एक बंद आकृति की व्यापक अवधारणा बनाते है, और ऐसी किसी आकृति को चतुर्भुज कहते है।

अब तक आपने नोट किया होगा कि जब हम विचारों को व्यापक बनाते है तो हम ज्यादा अमूर्तता की ओर बढ़ रहे होते है। इसी बात से संबंधित है निम्नलिखित अभ्यास।

ई 9) विशिष्ट से व्यापक की ओर बढ़ने की प्रक्रिया को दर्शाने के लिए प्राकृतिक संख्याओं और भिन्नों से संबंधित एक-एक उदाहरण लिखिए।

ई 10) क्या विशिष्ट से व्यापक की ओर जाना वैसा ही है जैसे मूर्त से

VARIOUS QUADRILATERALS



अमूर्त की ओर जाना? क्यों?

आइए अब हम गणित के एक और महत्वपूर्ण पहलू पर विचार करें।

3 सोपानक्रमिक संरचनाएं

जैसे-जैसे मूर्त वस्तुओं और पदार्थों से प्राप्त अमूर्त विचार व्यापक होते जाते हैं, वैसे-वैसे उनमें शामिल अवधारणाओं का विस्तार होता जाता है। अगर हम व्यापकता की प्रक्रिया के हर चरण को लिखते जाएं तो हमें विचारों की एक श्रृंखला मिलेगी, जिसमें हर अवधारणा उससे अगली (ज्यादा व्यापक) अवधारणा में शामिल होगी।

उदाहरण के लिए, संख्या पद्धति पर ग़ौर करें।

1) मूर्त वस्तुओं को गिनने से हमें प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय N = {1,2,3,4} प्राप्त होता है।

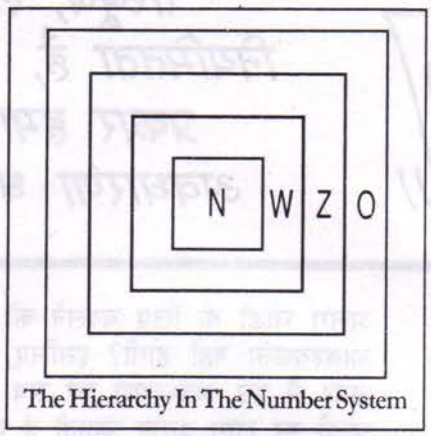
2) अगर इस समुच्चय में हम शून्य को शामिल करें तो हमें पूर्ण संख्याओं का समुच्चय W = {0,1,2,3,4,} प्राप्त होता है।

3) इस समुच्चय में ऋणात्मक संख्याओं को शामिल करके और बढ़ाया जा सकता है, और तब हमें Z = {-3,-2,-1,0,1,2,3,} पूर्णांकों का समुच्चय प्राप्त होता है।

4) पूर्णांकों के समुच्चय में हम धनात्मक ओर ऋणात्मक भिन्नों को जोड़ सकते हैं, परिमेय संख्याओं का समुच्चय Q प्राप्त करने के लिए, और इसी प्रकार आगे भी। इस सोपानक्रम (hierarchy) को हमने चित्र 8 में दिखाया है।

अब अगर मैं यह नहीं जानती कि प्राकृतिक संख्याओं का क्या मतलब है, तो मैं पूर्ण संख्याओं को कैसे समझ पाऊंगी? इसी प्रकार, यदि मैं संख्याओं का मतलब नहीं समझ पाती, तो मुझे नहीं लगता मैं समझ लूंगी कि परिमेय संख्याएं क्या हैं।

इसलिए, इनमें से प्रत्येक अमूर्त अवधारणा को समझने के लिए मुझे विचारों के सोपानक्रम में उससे पहले आने वाली प्रत्येक अवधारणा को समझने की ज़रूरत है।



The Hierarchy In The Number System

अब उन गणितीय विचारों को ध्यान से देखिए जिनसे आप परिचित हैं, और निम्नलिखित अभ्यास करने की कोशिश कीजिए।

इ11) गणित की तीन सोपानक्रमिक श्रृंखलाएँ लिखिए। इसके लिए आप संख्याओं पर संक्रियाओं, ज्यामिति और बीजगणित से संबंधित उदाहरणों को ले सकते हैं।

अवधारणाओं के सोपानक्रम का अवधारणाओं को सीखने के तरीके से गहरा संबंध भी होता है। अगर आप किसी अवधारणा के ऐतिहासिक विकास को देखें तो आप पाएंगे कि ज़्यादातर सोपानक्रम में नीचे आने वाली अवधारणाएँ सोपानक्रम में ऊपर आने वाली अवधारणाओं से पहले आती हैं। बच्चे भी अवधारणाओं को लगभग इसी प्रकार ग्रहण करते हैं। इसलिए, बच्चों को विचारों के सोपानक्रम से ज़्यादातर उसी क्रम में परिचित कराना अच्छा होगा जिस क्रम में वे विकसित हुए हैं। दुर्भाग्य से, हमेशा ऐसा नहीं होता है।

उदाहरण के लिए, वर्ग एक विशेष प्रकार का आयत है और आयत एक विशेष प्रकार का समांतरचतुर्भुज (parallelogram) है। लेकिन बहुत से बच्चों को कक्षा 2 में ये चीज़ें एक साथ ही सिखाई जाती है, बग़ैर उनके आपस में संबंध को बताए। इसका कया परिणाम है? दो साल बाद भी उनमें से बहुत से कहेंगं कि वर्ग समांतरचतुर्भुज नहीं है।

इसलिए किसी भी नए गणितीय विचार को अच्छी तरह से समझने के लिए, उससे पहले आने वाले गणितीय विचारों को अच्छी तरह समझना ज़रूरी है। हमारा यही मतलब है जब हम कहते हैं कि गणित एक सोपानक्रमिक तरीके से संरचित ज्ञान क्षेत्र है।

जब मैं कहती हूं "पूंछ", तो आपके आंखों के सामने कौन सी तस्वीर आती है? घोड़े की पूंछ की, या बंदर की पूंछ की? या आपको अपने पालतू कुत्ते की पूंछ दिखती है? किसी विशिष्ट जानवर की पूंछ में बहुत सी ऐसी विशेषताएं होती हैं जो "पूंछ" की अवधारणा में नहीं है।

क्या गणित के लिए भी प्रयोगशाला होनी चाहिए?

रोहित धनकर

हमने कई लोगों को यह कहते सुना है कि गणित का प्रयोगों द्वारा गणितीय प्रयोगशाला में सिखाया जाना चाहिए। इनका शायद यह मानना है कि इससे गणितीय भय कम हो जाएगा। मेरा यह विश्वास है कि यह विचार उपयोगी साबित हो सकता है यदि इस बात पर गहन चिन्तन किया जाये कि यह प्रयोगशाला कैसे, किसलिए और कितनी हद तक इस्तेमाल करने पर लाभदायक हो सकती है। इस लेख में इस बारे में मैं आपके समक्ष तर्क रखूंगा।

सबसे पहले चलिए देखते है कि किसी प्रयोग का उद्देश्य क्या होता है। (यहाँ मैं अनुभव देने की बात नहीं कर रहा हूं। अनुभवों के बारे में हम इसी लेख के बाद वाले हिस्से में बातचीत करेंगे) किसी भी प्रयोग का इन तीन में से कोई भी एक उद्देश्य हो सकता है:-

1. विचारों/तथ्यों या किसी दावे का प्रदर्शन/उदाहरण बनाना;
2. सिद्धान्त/नियम या दावे की जांच या प्रमाणीकरण;
3. ऐसी खोजबीन जिससे नए ज्ञान का निर्माण हो सके।

इन बिन्दुओं से मेरा क्या आशय है, एक-दो उदाहरण लेकर मैं समझाने का प्रयास करूंगा। हम अपना पहला उदाहरण विज्ञान से लेते हैं। मानिए हम दोलकों का अध्ययन करना चाहते हैं। इसकी सबसे पहली शर्त है कि शिक्षिका इस बात के लिए तैयार हो कि वह अपनी छात्राओं को, 'दोलन' क्या होता है दिखाए बजाए सिर्फ मुंह से उसका विवरण देने के। वह एक दोलक को झुला कर यह दिखा सकती है। इससे नई अवधारणा को बनाने में बच्चे को मदद मिलती है। वे उस घटना को देखते है और मन में उसका प्रारम्भ व अंत अंकित कर लेते है और उसे एक नाम दे देते है। यहां किसी बात को दर्शाने के लिए प्रयोग के स्थान पर प्रयोगशाला शब्द का उपयोग हो रहा है।

दूसरी श्रेणी है जांच के देखने (सत्यापन) व सिद्ध करने की। यदि यही शिक्षिका यह दिखाना चाहती है कि दोलक का दोलनकाल लटकाए गए वजन पर निर्भर नहीं करता ('दोलन काल' एक दोलन में लिया जाने वाला समय है और लटकाया गया वजन कोई भी वस्तु जैसे एक गोल धातु की बॉब हो सकती है), तब उसको ठीक से प्रयोग करना होगा। उसे बाकि सब सम्भव कारकों (धागे की लम्बाई, कमरे में हवा की हलचल आदि) को स्थिर रखना होगा और सिर्फ बॉब के वजन में बदलाव करना होगा। हर बार दोलक को दोलन करवाने के बाद दोलन काल मापना होगा, यह साबित करने के लिए कि दोलन काल बॉब के वजन पर निर्भर नहीं है। हर बार एक ही दोलन काल आना चाहिए। इस प्रयोग से कोई नई अवधारणाएं नहीं बन रही। पहले से ज्ञात अवधारणाएं, बॉब का वजन, दोलन काल, लम्बाई, दोलन आदि के बीच ज्ञात सम्बन्धों का सत्यापन हो रहा है।

तीसरी श्रेणी, जिसका ऊपर जिक्र किया गया है, वह खोजबीन है। सोचो कि कोई छात्र या फिर विज्ञान की शिक्षिका स्वयं यह जानना चाहती है कि सामान्य तौर पर दोलक कैसा व्यवहार करते हैं। वह बहुत से दोलकों का अवलोकन शुरू कर सकती है, उनसे विभिन्न प्रयोग करना शुरू कर सकती है और अपने अवलोकन लिख सकती है। यह बहुत सम्भव है कि हमारी यह वैज्ञानिक दोलकों से सम्बन्धित बहुत कम व सरल धारणाओं से शुरू करे जैसे सिर्फ दोलक, झूलना, धागा और बॉब। दोलकों के व्यवहार को देखते समय उस व्यवहार का विवरण बताने, विश्लेषित करने व समझाने की

आवश्यकता महसूस हो सकती है। इसके लिए एक दोलन, दोलन काल, आयाम व इस जैसी अन्य अवधारणाओं की जरूरत पड़ेगी। इसके लिए उसे इन अवधारणाओं के बीच संबंधों, सामान्यीकरणों व सामान्यीकृत नियमों/सिद्धान्तों को बनाने की जरूरत भी पड़ेगी। यहां पर प्रयोग कोई ज्ञात चीज सिद्ध करने के लिए नहीं किए जा रहे हैं। उनकी संरचना इस तरह की है कि या तो वे कोई नई चीज का अवलोकन कर रहे हैं और या फिर किसी ऐसी परिकल्पना की जांच कर रहे है जो अभी सही नहीं मानी जा सकती।

चलिए, अब हम यह देखने का प्रयास करें कि गणित-शिक्षण में प्रयोग किस प्रकार से लाभदायक हो सकते हैं। इसे भली-भांति समझने के लिए त्रिभुज अध्ययन का उदाहरण लेते हैं। क्या जिस तरह से हमने दोलन को दर्शाया था वैसे ही हम त्रिभुज को भी प्रदर्शित कर सकते हैं? शायद ऐसा किया जा सकता है। हम त्रिभुज की एक भुजा, कोण और स्वयं पूरे त्रिभुज का उदाहरण प्रस्तुत कर सकते हैं। परन्तु क्या दोलन के प्रदर्शन और त्रिभुज के प्रदर्शन में कोई महत्वपूर्ण अन्तर नहीं है। शायद है, दोलन किसी वस्तु की एक वास्तविक ठोस क्रिया है जिसे प्रयोगशाला में करीब से देखा जा सकता है। अवलोकनकर्त्ता को उसकी वो विशेषताएं जिन पर हम जोर देना चाहते हैं आसानी से बताई जा सकती है। इससे उसे उस बात/क्रिया को समझने में आसानी होती है। इसमें प्रस्तुत अवधारणा किसी वास्तविक वस्तु का साफ दिखने वाला व्यवहार है, एक ऐसा व्यवहार जिसे कोई भी बिना किसी संकेत, प्रतीक अथवा चिन्ह का प्रयोग किए स्वयं अवलोकन कर सकता है।

दूसरी ओर हम त्रिभुज को कभी भी ठीक से प्रदर्शित कर ही नहीं सकते। हम कागज से एक त्रिभुज के आकार का टुकड़ा काट सकते है या लकड़ी के पट्टे पर तीन कीलें लगा कर उन पर धागा घुमा कर बांध सकते है य तीन तीलियों को त्रिभुजीय आकार में रख सकते हैं या एक कागज पर पेंसिल और स्केल से त्रिभुज बना सकते हैं। परन्तु असल में तो यह सब काल्पनिक ही है। यह सभी त्रिभुज का प्रतीक रूप है और वास्तव में तो त्रिभुज नहीं है। यह सब तीन सीधे किनारों वाली बंद आकृति को लगभग-लगभग प्रदर्शित करती है। असल में तो इसकी भुजाएं एक आयामी होनी चाहिए, सिर्फ लम्बाई होनी चाहिए, पर ऐसी लाइनें तो असल में हो ही नहीं सकती। यह सिर्फ एक मान्यता है कि हम त्रिभुजों को लाइनों द्वारा दिखाते हैं। दूसरी और दोलन एक वास्तविक वस्तु का वास्तविक व्यवहार है जिसे सीधे देखा जा सकता है और उसके लिए किसी अमूर्त प्रतीक की जरूरत नहीं।

मैं यह कहने की कोशिश कर रहा हूं कि विज्ञान जो कि प्रयोगशाला के विचार का घर है, में किसी अवधारणा को सीधे-सीधे उस वास्तविक दुनिया से तोड़ कर प्रदर्शित किया जा सकता है, जिससे वह सम्बन्धित है या फिर उस हिस्से को किसी गुण या प्रभाव के आधार पर दिखाया जा सकता है। गणित में क्रिया प्रदर्शन केवल किन्हीं दिखने वाले चिन्हों अथवा संकेतों, या फिर ऐसी सामग्री जिससे उठा-पटक की जा सके के माध्यम से अवधारणा का प्रतिरूपण ही हो सकता है । (वास्तविक अवधारणा तथा वस्तु को नहीं दिखाया जा सकता)

अब हम देखते है कि प्रयोग कितने और किस प्रकार से गणितीय दावों को तय करने में मददगार होते है। मानों हम इस दावे को लेते है कि "त्रिभुज के सभी आन्तरिक कोणों का जोड़ दो समकोणों के बराबर होता है।" इसकी सत्यता की जांच के लिए हम लाइनें खींच कर कई त्रिभुज बना सकते है और उनके आन्तरिक कोण माप सकते है । हम देख सकते है कि इनमें से प्रत्येक त्रिभुज के आन्तरिक कोण दो समकोण के बराबर है या नहीं । या फिर हम कुछ सामग्री लेकर त्रिभुज बना सकते है (यह एक हद तक ही उपयुक्त है) और उनके कोण माप सकते है या उनकी तुलना दो समकोण से कर सकते है आदि। इन सभी प्रयोग के परिणाम निश्चित तौर पर भिन्न होंगे और इन परिणामों में माप की भिन्नता होगी, जो कि दोलन के माप के अंतर की तुलना में कहीं ज्यादा होगी। तो क्या इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते है कि त्रिभुज के सभी आन्तरिक कोणों का जोड़ ठीक दो समकोणों के बराबर नहीं होता है? नहीं, हम ऐसी बात नहीं कह सकते है। ऐसे में हम छोटे-मोटे फर्क को छोड़ देंगे और कहेंगे कि जांच के लिए प्रस्तुत की गई बात सही है। हम ऐसा क्यों कहेंगे? ऐसा इसलिए कहेंगे क्योंकि उपरोक्त धारणा/बात कुछ मान्य धारणाओं और उनके आधार पर सिद्ध की गई है । कुछ और बातों को लेकर सिर्फ

मैं यह कहने की कोशिश कर रहा हूं कि विज्ञान जो कि प्रयोगशाला के विचार का घर है, में किसी अवधारणा को सीधे-सीधे उस वास्तविक दुनिया से तोड़ कर प्रदर्शित किया जा सकता है, जिससे वह सम्बन्धित है या फिर उस हिस्से के किसी गुण या प्रभाव के आधार पर दिखाया जा सकता है। गणित में क्रिया प्रदर्शन केवल किन्हीं दिखने वाले चिन्हों अथवा संकेतों, या फिर ऐसी सामग्री जिससे उठा-पटक की जा सके के माध्यम से अवधारणा का प्रतिरूपण ही हो सकता है । (वास्तविक अवधारणा तथा वस्तु को नहीं दिखाया जा सकता)

गणितीय तर्कों के आधार पर सिद्ध की गई है। इसलिए ही प्रयोग किसी गणितीय तथ्य को स्थापित नहीं कर सकते जबकि वैज्ञानिक तथ्य को स्थापित करने के लिए उनकी बड़ी जरूरत है।

इसी कारण यह कहा जा सकता है कि गणित में ना तो प्रयोग जरूरी है और ना ही इनके द्वारा किसी भी बात की प्रमाणिक सत्यता को सिद्ध किया जा सकता है। पर इसका यह अर्थ भी नहीं है कि गणित पढ़ाने के लिए प्रयोगशाला होने का विचार बिल्कुल ही अस्वीकार्य है या अनुपयोगी है। आखिर प्रयोगशाला में किया गया प्रयोग नियन्त्रित एवं चयनित अनुभव प्रदान करने का साधन होते हैं और गणित व विज्ञान के सीखने में 'अनुभवों' की एक प्रमुख भूमिका होती ही है।।

हम अपने आस-पास के संसार को अपने अनुभव के द्वारा ही जान पाते हैं। विज्ञान का विकास इस संसार का वर्णन करने, यह किस प्रकार से चलता है इसकी व्याख्या करने व इस संसार के कुछ हिस्सों को विकसित करने या उन्हें और नियन्त्रित करने के लिए होता है। इसी कारणवश वैज्ञानिक अवधारणाओं एवं सिद्धान्तों को इस संसार को अधिक से अधिक बारीकी, सत्यता एवं स्पष्टता के साथ प्रतिरूपित करने का प्रयास करना चाहिए। यदि वे संसार को बेहतर समझाने या ज्यादा स्पष्ट विवरण देने में मदद नहीं करती तो उनका कोई फायदा नहीं है। इसके लिए विज्ञान की बुद्धिजीवी गतिविधियों को वास्तविक यथार्थ से ज्यादा करीब का सामन्जस्य बनाना होता है। इसीलिए प्रयोग व अवलोकन की विज्ञान के कार्य करने के तरीके व इसमें 'सत्यों' या जानकारियों की जांच के संदर्भ में केन्द्रीय भूमिका होती है।

गणित की शुरूआत भी सांसारिक अनुभवों से ही होती है। गणित की मूल अवधारणाएं (जैसे संख्या, आकार, मात्रा आदि) सभी अनुभवों पर आधारित है और यहीं से उत्पन्न होती है । मगर एक बार जब अवधारणाएं कायम हो जाती है तो गणित की प्रवृत्ति है कि इनसे वह एक नियमित, आदर्श एवं श्रेष्ठ संसार बनाए। इसलिए लकीर की अवधारणा चाहे इस बात से शुरू हुई हो कि कोई बहुत लम्बी और सीधी वस्तु है, परन्तु बहुत जल्दी ही यह एक आयाम वाली अमूर्त वस्तु बन गई, जिसके पूरी तरह से तुल्य, यथार्थ में कुछ भी नहीं है। इसके गुण यथार्थ के संसार की किसी भी वास्तविक चीज/घटना पर निर्भर नहीं करते। यह बिल्कुल अमूर्त है और पूर्णतः शुद्ध। जब तक कि धारणाएं इस प्रकार की अमूर्तता तक नहीं पहुंचती, उन्हें गणित नहीं कहा जा सकता। इसलिए गणित में बुद्धिजीवी कार्य की दिशा विज्ञान में उसी तरह के कार्य की दिशा से बहुत फर्क होती है लगभग विपरीत ही : अनुभव द्वारा किसी विचार की सृष्टि करो, फिर उसे उसी के अमूर्त संसार में और परिष्कृत करो व आदर्श बनाओ। गणितीय ज्ञान इन परिष्कृत आदर्श कृतियों यथा विचारों के अंर्तसंबंधों का ज्ञान है। यह ज्ञान इन विचारों में और इससे उपजे तार्किक सम्बन्धों में ही सम्मिलित है। इसे किसी सामग्रीयुक्त वास्तविक प्रयोग की आवश्यकता नहीं है और ना ही ऐसे प्रयोगों द्वारा यह ज्ञान पाया जा सकता है।

गणित की शुरूआत भी सांसारिक अनुभवों से ही होती है। गणित की मूल अवधारणाएं (जैसे संख्या, आकार, मात्रा आदि) सभी अनुभवों पर आधारित है और यहीं से उत्पन्न होती है। मगर एक बार जब अवधारणाएं कायम हो जाती है तो गणित की प्रवृत्ति है कि इनसे वह एक नियमित, आदर्श एवं श्रेष्ठ संसार बनाए।

अनुभव के उपयोग की इस चर्चा के बाद हम दुबारा गणित की प्रयोगशाला की ओर आते हैं। प्रयोगशाला में गणित के कुछेक विचारों के लिए शुरूआती अनुभव देकर उन्हें इनके सम्बन्ध में नैसर्गिक धारणाएं बनाने में मदद कर सकते हैं। परन्तु हमें यह आभास नहीं देना चाहिए कि गणित के सभी तथ्य प्रयोग द्वारा प्रमाणित किए जा सकते हैं। 'प्रायोगिक सत्यापन' को अधिक से अधिक किसी दावे को औपचारिक व गणितीय रूप से सिद्ध करने या गलत दिखाने के एक माध्यम के रूप में देखा जा सकता है। प्रयोगशाला, अगर ठोस वस्तुओं के उपयोग से अवधारणा की शुरूआती समझ देने के लिए है, तो वह एक उपयोगी व मान्य बात है। लेकिन अवधारणा की वास्तविक समझ के लिए बच्चे को अवधारणा के अमूर्त रूप को लेकर काम करने की ओर बढ़ना होगा। उदाहरण के लिए एक बच्चा यदि कंचे की मदद लेकर जोड़ करना सीखता है, उसे धीरे-धीरे अंगुली पर जोड़ना शुरू करना चाहिए और फिर वहां से छोटी-छोटी संख्याओं को मन ही मन में बिना किसी ठोस वस्तुओं की मदद से जोड़ना चालू करना चाहिए। यदि यह बात किसी शिक्षक की समझ में आ जाए तो उसके लिए गणित की प्रयोगशाला बहुत ही मददगार साधन हो सकती है और यदि वह इस बात को ना समझे तो यह सीखने की राह में एक बहुत बड़ा रोड़ा बनकर सीखने की प्रक्रिया को तहस-नहस कर सकती है।

शिक्षकों व बच्चो के लिए गणित का भय

डॉ. एस.एन. गणनाथ एवं सी. श्रीनाथ द्वारा किए गए सर्वेक्षण की झलक

एक शिक्षक ने अपने बचपन को याद करते हुए कहा- "मै जब गणित के शिक्षक को कक्षा में घुसते देखता था तो कक्षा से गायब हो जाता था।" यह एक सामान्य प्रतिक्रिया है। गणित का डर इतना व्यापक है कि सड़क पर चलने वाला हर इंसान इससे वाकिफ है। इस विषय पर कई चुटकुले व किस्से भी है। क्या ऐसा दृष्टिकोण सिर्फ गणित के लिए है?

हमें उच्च प्राथमिक स्तर पर पढ़ाई संबंधी किसी भी ऐसे विषय की जानकारी नहीं है जो इस कदर अरूचि, नफरत और डर बच्चों के मन में भरता है जैसा गणित भरता है। यह सिर्फ भारत के लिए नही वरन् पूरे विश्व के लिए भी सही है, ऐसा इस मसले पर उपलब्ध साहित्य हमें बताता है। इसीलिए हमें यह पूछने की जरूरत है कि हम गणित से भय कैसे दूर करें? क्या गणित के भय का शिक्षा के अन्य मसलों जैसे- स्कूल छोड़ने की दर, बच्चों की उपलब्धियां या फिर स्कूल के डर आदि पर कुछ असर है?

हमने सोचा इस सवाल से जूझने का अच्छा तरीका था कि सबसे पहले प्राथमिक शालाओं के बच्चों और शिक्षकों के बीच एक औपचारिक सर्वेक्षण किया जाए, उसके माध्यम से समस्याएं पहचानी जाए और अपनी परिकल्पना की जांच की जाए। रायचूर जिले (कर्नाटक) की दियोदुर्ग ताल्लुका के गांवों में गणित व अन्य विषय पढ़ाने वाले 56 शिक्षक (45 पुरूष व 11 महिलाएं) और 1 संकुल संदर्भ केन्द्र संचालक (पुरूष) का सर्वेक्षण किया गया। ज्यादातर शिक्षक प्राथमिक शाला में पढ़ाने वाले थे पर कुछ उच्च प्राथमिक (याने 5 से 7 कक्षा) पढ़ा रहे थे। सर्वेक्षण में हरेक व्यक्ति से एक प्रश्नावली भरवाई गई और विस्तृत चर्चा की गई। एकत्रित जानकारी से शिक्षकों व माता-पिता के गणित सीखने-सिखाने के अनुभवों व नजरियों के बारे में उपयोगी दृष्टि

मिलती है। इसमें शिक्षकों द्वारा, गणित पर अपने तब के अनुभवों पर मनन की झलक भी मिलती है, जब वे बच्चे थे या शिक्षक बने ही थे।

शिक्षकों का बचपन के अनुभवों पर मनन

अपने बचपन मे गणित करने के अनुभवों के बारे में बात करते समय ज्यादातर शिक्षकों ने कहा कि वे इस विषय से डरते थे। इसके लिए जो कारण दिए गए, उसमें से कुछ इस प्रकार है:-

शिक्षक का डर, रटने की जरूरत, सीखने के लिए गतिविधियों में कमी, अरूचिकर पढ़ाने के तरीके, मारपीट व सजा, पाठ्यक्रम में भाषा पर अधिक जोर व गणित की नजरअंदाजी। जो बातें कई बार आई वे ये है:-

- गणित की कक्षा के समय हम घर चले जाते थे।
- हमें सूत्र और पहाड़े रटने पड़ते थे।
- गणित सिर्फ पाटियों पर ही करवाई जाती थी।
- कुछ शिक्षक जिन्हें गणित अच्छा लगता था, ने कहा कि इसका मुख्य कारण उनके शिक्षक का अच्छा होना है। उनके कुछ और अवलोकन है:-
- गणित आसान होती थी और इससे मेरी जिज्ञासा जाग जाती थी।
- प्राथमिक शाला की गणित आसान थी किन्तु बाद में मुश्किल हो गई।
- मुझे गणित में इसलिए रूचि थी क्योंकि मै अपने साथियों से बहुत आगे था।

अपने साथियों के अनुभवों के बारे में

शिक्षकों के मुताबिक उनके ज्यादातर साथी भी गणित से डरते थे। उनकी टिपण्णियां इस प्रकार है:-

- गणित के बारे में सोचते ही उनके मन में स्कूल छोड़ने की बात आती थी।
- उन्हें गणित रूचिकर नहीं लगती थी क्योंकि शिक्षकों के पढ़ाने का तरीका सरल व आसान नही था।
- वे गणित की ओर ध्यान नही देते थे क्योंकि यह उनके लिए बहुत कठिन थी।
- जो बच्चे ज्यादा बुद्धिमान थे, उन्हें गणित आसान लगती थी।

कुछ शिक्षक जिन्होंने यह बताया कि उनके सहपाठियों को गणित रूचिकर लगती थी, उनका कहना था-

- उन्हें यह विषय अच्छा लगता था' क्योंकि इसे वे समूह में (विद्यालय से बाहर) सीखा करते थे।
- क्योंकि उनके शिक्षक अच्छे थे।
- पूरे समूह में सिर्फ एक लड़की को गणित रूचिकर लगती थी वह इसलिए क्योंकि उसके पिताजी ने उसे पढ़ाया था।

अपने अभिभावकों के बारे में

अधिकतर शिक्षकों ने यह कहा कि उनके अभिभावकों को उनकी उपलब्धियों में बहुत कम, लगभग नहीं के बराबर ही रूचि थी और

हमें उच्च प्राथमिक स्तर पर पढ़ाई संबंधी किसी भी ऐसे विषय की जानकारी नहीं है जो इस कदर अरूचि, नफरत और डर बच्चों के मन में भरता है जितना की गणित भरता है। यह सिर्फ भारत के लिए नहीं है वरन् पूरे विश्व के लिए भी सही है ऐसा इस मसले पर उपलब्ध साहित्य हमें बताता है।

उनके बारे में शिक्षकों के मतों के आधार पर ही अपनी राय बनाते थे। उनके अभिभावक जब भी उनसे बात करते, यही कहते गणित बहुत कठिन और बहुत महत्वपूर्ण विषय है और उनकी बुद्धि के बारे में गणितीय सवाल जैसे कि 8 × 12 कितना होता है, आदि पूछ कर निर्णय सुनाते रहते थे।

गणित पढ़ाने के कुछ अनुभव-

आश्चर्य इस बात का है कि सर्वेक्षण में शामिल अधिकतर शिक्षकों ने कहा कि यदि उनसे इच्छा पूछी जाये तो वे गणित पढ़ाना चाहेंगे।

शिक्षकों से चर्चा करके यह मालूम चला कि सुविद्या (SUVIDYA) और डी.पी.ई.पी. के हस्तक्षेप के बाद उनके गणित पढ़ाने के प्रति दृष्टिकोण में फर्क आया है। (जो शिक्षक SUVIDYA के प्रोग्राम में नहीं थे, उनके साथ शायद ऐसा नहीं हो)

(SUVIDYA कर्नाटक में एक शैक्षणिक शोध केन्द्र है जो गणित पढ़ाने के नए तरीकों व उनमें उपयोग में लाये जाने वाले किट का उपयोग करने के लिए प्रोत्साहित करता है)

शिक्षकों के बच्चों के बारे में अवलोकन

अधिकतर शिक्षक ऐसा महसूस करते हैं कि गणितीय भय के कारण हालांकि बच्चे विद्यालय आना बंद नहीं करते (ड्राप आउट नहीं होते हैं), परन्तु इससे उनकी रूचि, अवधारणाएं बनने और कौशलों के विकास पर असर पड़ता है। उन्होंने यह भी महसूस किया कि बच्चों को गतिविधि, खेल आदि के द्वारा गणित पढ़ने में मजा आता है। उनकी इस विषय में रूचि शिक्षकों पर बहुत अधिक आश्रित होती है। उन्हें यह विषय इस कारण भी पसंद है क्योंकि इसमें उन्हें सोचना पड़ता है और क्योंकि यह उनके रोजमर्रा जीवन के अनुभवों से जुड़ा होता है।

अभिभावकों के बारे में

शिक्षक यह महसूस करते है कि आज भी ज्यादातर अभिभावक गणित से वैसे ही पेश आते है जैसा कि उनके अभिभावक आते थे।

इस सर्वेक्षण के आखिर में SUVIDYA टीम को यह महसूस हुआ कि हालांकि इसमें, शिक्षकों के अनुभव से एक अन्त:दृष्टि जरूर मिली है परन्तु इतने सीमित आंकड़ों से कोई मूर्त निष्कर्ष नहीं निकाला जा सकता। सुधरी प्रश्नावलियों के साथ एक बड़े पैमाने पर सर्वेक्षण करने की आवश्यकता है।

अधिकतर शिक्षकों ने यह कहा कि उनके अभिभावकों को उनकी उपलब्धियों में बहुत कम, लगभग नहीं के बराबर ही रूचि थी और उनके बारे में शिक्षकों के मतों के आधार पर ही अपनी राय बनाते थे। उनके अभिभावक जब भी उनसे बात करते यही कहते गणित बहुत कठिन और बहुत ही महत्वपूर्ण विषय है

* Suvidya is an educational research centre in Karnataka promoting innovations in math teaching, including the use of math kits.

"मीटरिक मेला"

कर्नाटक में मापन पर एक उत्सव

के.एम. शेषगिरी

सोमानहल्ली (मल्लावलि ताल्लुक, माडिया जिला) के शिक्षकों, विद्यार्थियों व बाकी सभी लोगों के मन में भी सम्भवतया 13 जनवरी, 1999 एक बहुत ही खास और याद रखने लायक दिन के रूप में दर्ज होगा। उस दिन पहली बार कर्नाटक के डी.पी.ई.पी. प्रोग्राम के तहत सारे गांव ने मापन करने में उत्सव रूप से भाग लिया था।

इसमें वास्तव में हुआ क्या था? मल्लावलि ताल्लुक के डी.पी.ई.पी. संकुल संसाधन केन्द्र के समन्वयक चन्द्रशेखराचर, उस संसाधन दल के सदस्य थे जो 1998 में ग्रामीण शिक्षा केन्द्र, मदनापाले, आंध्रप्रदेश के शिक्षण कार्यक्रम को देखने गये थे। इस यात्रा का उद्देश्य ऋषि वैली की बहु-स्तरीय शिक्षण प्रणाली को समझना था। इस शिक्षण प्रणाली को अगले वर्ष से मल्लावलि ताल्लुक में अपनाया जाना था।

जब यह संसाधन दल विद्यालयों को देख रहा था, उसी दौरान कहीं पर चन्द्रशेखराचर ने मीटरिक मेले के बारे में सुना और इससे बहुत प्रभावित हुए और जोश में भर गए। स्पष्ट था कि ऋषि वैली में से किसी ने खेल और मजे के साथ-साथ मापन करने का प्रयास किया, चन्द्रशेखराचर ने भी

ऐसा ही कुछ करने की सोची। सबसे पहले उन्होंनें सोमानाहल्ली राजकीय प्राथमिक विद्यालय के शिक्षकों से इस प्रकार के मेले के बारे में चर्चा की और उनकी कल्पना को उद्वेलित कर उन्हें भी जोश दिलाने में सफल हुए। इसके बाद ग्राम शिक्षा कमेटी (वी.ई.सी.) के सदस्यों से बातचीत की गई। उन्होंने भी पूरी तरह से सहमति जताई। इसके पश्चात तैयारियां चालू हुई, जिसमें बच्चों और उनके अभिभावकों को शामिल किया गया। आखिरकार, बच्चों को ही तो वस्तुएं मापनी थी। वयस्कों को भी भाग लेने के लिए अवश्य आमन्त्रित किया जाना था।

मापने लायक वस्तुओं की एक लम्बी सूची बनाई गई। इन चर्चाओं के दौरान एक व्यक्ति ने सुझाव दिया कि विभिन्न वस्तुओं को मापने हेतु अलग-अलग स्टॉल लगाई जाए।

ये विभिन्न वस्तुएं क्या हो सकती थीं? अब सभी बच्चे व उनके अभिभावक काम में जुट गए। उन्होंने प्रत्येक स्टॉल पर कई दुकाने लगाने का निश्चय किया। प्रत्येक दुकान अलग-अलग वस्तुएं बेचेगी। इसमें बच्चों को बिकाऊ सामग्री को मापना था और पूर्व निर्धारित दर के अनुसार उचित दाम में बेचना था। इनके पीछे लाभ कमाना भी एक उद्देश्य था। इसमें काफी कुछ गणित है, है न? और गणित भी पुरानी, घिसी पिटी, नीरस, जानी पहचानी, चॉक से लिख और मुख द्वारा बोल कर शिक्षक कथन आधारित शिक्षण पद्धति से बहुत ही अलग। यह भी था कि इसमें बच्चों को बहुत ध्यान से काम करने की जरूरत थी, वे असली सामान और असली पैसे में व्यवहार कर रहे थे और पूरे काम को संभाले बैठे थे। यहां वे जो भी सीखे अपने

चाय की दुकान को सबसे अधिक लाभ (37 रू. 50 पैसे) हुआ। खीरे की दुकान को 5 रूपये की कमाई हुई, परन्तु सूजी के लड्डू बेचने वाले को हानि हुई। जाहिर है कि कहीं उनका हिसाब गड़बड़ा गया था। जितना भी लाभ हुआ था वह बच्चों के परिवारों को ही गया।

बच्चों के द्वारा कुछ और दिलचस्प स्टॉलें भी लगाई गई थी। एक स्टॉल पर सुविद्या द्वारा दिये गये पहिए से दो बिन्दुओं के बीच की दूरी मापी जा रही थी, नापने से पहले लोगों को दूरी का अनुमान लगाने की कोशिश करनी होती थी। एक ओर स्टॉल था जहाँ लोग नाप सकते थे कि वे

खुद के वास्तविक अनुभव से ही सीखे ।

13 जनवरी, 1999 दोपहर में यह मेला आरम्भ हुआ। इसमें कुल 50 स्टॉलें थी और प्रत्येक स्टॉल की देख-रेख करने वाले 2 या 3 बच्चे थे। बड़े तो इसमें कहीं भी नहीं थे। बच्चे ही दूध, फूल, मूंगफली, केले, टमाटर, आलू, खीरा, सूजी के लड्डू, चाय, सब्जी से बने बौडे, वड़े, मैसूर-पाक और कई और तली चीजें बेच रहे थे। ज्यादातर सब्जियां उनकी स्वयं की जमीन पर उगाई हुईं थी। तली चीजें या तो घर में बनाई गई थी या मल्लावलि शहर से लाई गई थी।

बिक्री के लिए निर्धारित मूल्यों की एक झलक-

चाय	: 1 रू. प्रति कप
खीरा	: 25 पैसे प्रति टुकड़ा
टमाटर	: 4 रू. प्रति किलो
मैसूर-पाक	: 2 रू. प्रति एक
कोडबले	: 50 पैसे प्रति एक
मिठाईयां/ चॉकलेट	: 10 पैसे से लेकर 50 पैसे प्रति एक

प्रत्येक स्टॉल पर लेन-देन का हिसाब ठीक से बकायदा सारणी बनाकर रखा जा रहा था। खरीदने वाले का नाम, बेची गई वस्तु का नाम, कितना पैसा दिया, कितना वापस किया और उन दोनों में कितना अन्तर था। यह सभी कुछ बहुत विस्तार से लिखा जा रहा था। यहां तक कि जिस स्टॉल पर शरीर का माप-तौल हो रहा था वहां एक छपे हुए कार्ड पर सारा ब्यौरा विस्तार से लिखा जा रहा था।

कितने लम्बे है। पैमाना स्कूल की दीवार पर ही बना हुआ था (यात्रा के दौरान भी दीवार पर चिन्हित पैमाने की संख्याएं देखी जा सकती थी) एक-दूसरे स्टॉल पर लोग अपना वजन नाप सकते थे।

एक स्टॉल ऐसा था जिसकी मुख्य बात एक जादुई घड़ी थी। आप कोई भी संख्या सोच लो, बच्चे उस जादुई घड़ी का उपयोग करके आप द्वारा सोची संख्या बता देते थे।

प्रत्येक स्टॉल पर लेन-देन का हिसाब ठीक से बकायदा सारणी बनाकर रखा जा रहा था। खरीदने वाले का नाम, बेची गई वस्तु का नाम, कितना पैसा दिया, कितना वापस किया और उन दोनों में कितना अन्तर था। यह सभी कुछ बहुत विस्तार से लिखा जा रहा था। यहां तक कि जिस स्टॉल पर शरीर का माप-तौल हो रहा था वहां एक छपे हुए कार्ड पर सारा ब्यौरा विस्तार से लिखा जा रहा था।

मीटरिक मेला देर शाम तक जारी रहा। तब तक रंगीन लाइटें जलने लगी थीं और सभी को मजा आ रहा था। तकरीबन सौ-एक ग्रामीण अपने

10 वर्ष के आस-पास के बालक-बालिकाओं को मापने की कला, उसका विज्ञान और साथ ही व्यापार सीखते हुए उत्सुकता से देख-रहे थे। वे आज उनके सामने अपने आप को एक उलट सी परिस्थिति में पा रहे थे और बच्चे तो खूब मजे ले रहे थे और इस प्रक्रिया में, बगैर जाने ही बहुत कुछ सीख रहे थे। आज के लिए तो वे सत्ता व सामर्थ्य वाले व्यक्तियों के समान थे, अपने स्टॉल की देखभाल खुद कर रहे थे, रिकार्ड रख रहे थे, बकाया रेजगारी लौटा रहे थें.

(यहां "मीटरिक" शब्द का अर्थ है सभी प्रकार के माप-तोल को मीटरिक प्रणाली में ही किया जाये जैसे मीटर-दूरी मापने के लिए, किलोग्राम-वजन तोलने के लिए और सैकण्ड-समय मापने के लिए)

आदिवासी बच्चों को गणित सिखाना – आम जिन्दगी के संदर्भों से

विनयकृष्ण पटनायक

1998-99 के दौरान उड़ीसा में हमने 800 के लगभग शिक्षकों का अभिमुखिकरण किया था। ये शिक्षक आदिवासी बाहुल्य क्षेत्र से थे। अभिमुखिकरण सीखने-सिखाने के विभिन्न पहलुओं के प्रति दृष्टिकोण से सम्बन्धित था। बच्चों की गणितीय क्षमता के बारे में बात करते हुए मै अक्सर उनसे पूछता था: क्या तीर चलाने में भी कुछ गणित छिपा है? अधिकांश शिक्षक कहते थे नहीं, इसमें कुछ भी गणित नही है। लेकिन थोड़ी देर सोचने के बाद, कुछ शिक्षकों को लगने लगता था कि इस प्रक्रिया में कुछ गणित है।

इस चर्चा के बाद मै उनसे पूछता था कि वे गणित से क्या समझते हैं। कुछ देर चर्चा के बाद वे कह देते थे कि यह गणना करने की कला है। याने मात्रा, लम्बाई, दूरी, मोटाई, दिशा, कोण, लगाया गया बल आदि सभी इसमें शामिल हैं। फिर हम छोटे-छोटे समूहों में बैठकर तीरंदाजी में शामिल गणित के विभिन्न हिस्सों की सूची में कुछ और चीजें जोड़ते। यहां आकर स्थिति एकदम बदल जाती और शिक्षकों द्वारा बनाई गई सूची अन्तहीन हो जाती। उदाहरण के लिए सूची में यह सब होता:-

1. तीर चलाने वाले को कितनी देर डोरी खींचनी चाहिए?
2. तीर को पकड़े रखने के लिए उसे कितना बल लगाना पड़ेगा?
3. तीर को किस स्थान पर पकड़ना चाहिए?
4. तीर को किस तरह से पकड़ना चाहिए?
5. तीर को किस कोण पर रखा जाए जिससे की वह सबसे बढ़िया ढंग से जाए?

क्या यह शिक्षकों व बच्चों के लिए जोश दिलाने वाला नही होगा अगर वे अपने जीवन से सम्बन्धित इस गतिविधि को बहुत सी गणित सम्बन्धी अवधारणाओं का परिचय देने के लिए इस्तेमाल करें?

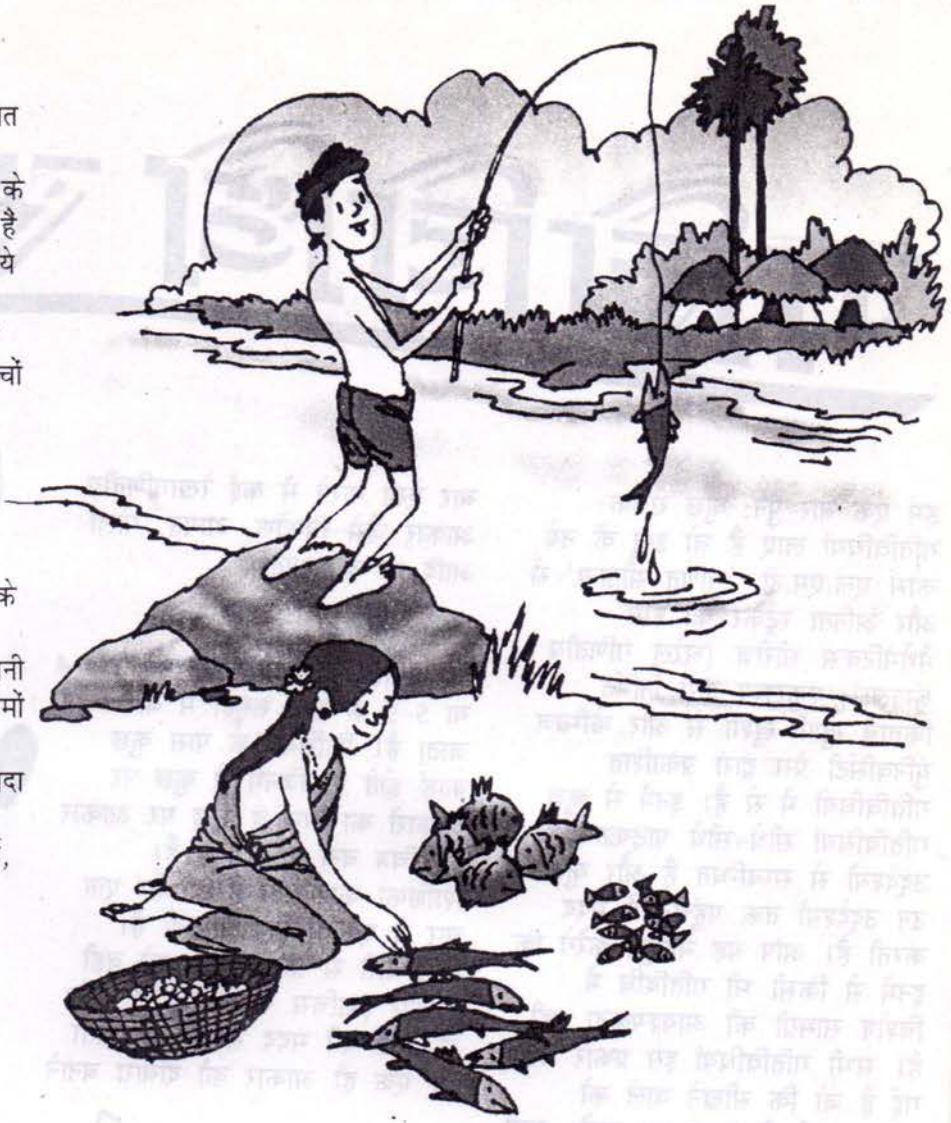
मैं अक्सर उनसे पूछता था: क्या तीर चलाने में भी कुछ गणित छिपा है? अधिकांश शिक्षक कहते थे नहीं, इसमें कुछ भी गणित नहीं है। लेकिन थोड़ी देर सोचने के बाद, कुछ शिक्षकों को लगने लगता था कि इस प्रक्रिया में कुछ गणित है।

हम शिक्षक गणित को सामान्य जगत से जोड़ सकते है। जैसे कि आदिवासी बच्चों के लिए तीरंदाजी के अलावा असंख्य ऐसे और उदाहरण है जो उनके दैनिक जीवन के लिए दिये जा सकते है। वे पेड़ों पर चढ़ते हैं, मछलियों का शिकार करते है, बाजे फूंकते है, खाना पकाते है, छोटे बच्चों का ध्यान रखते है, सुन्दर तस्वीरें बनाते है, चटाईयां बुनते है, खेती करते है, अपना धंधा चलाते है, बढ़िया ढंग से नाचते और गाते है और अन्य अविश्वसनीय क्षमताओं का प्रदर्शन करते है। इन अनुभवों के आधार पर ही बच्चों के गणित व विज्ञान सीखने की बुनियाद रखी जानी चाहिए। उड़ीसा के प्रशिक्षण कार्यक्रमों में मैंने देखा है कि वे धीरे-धीरे सोचना शुरू करते है और फिर ज्यादा और ज्यादा जुटते जाते है सामान्य आदिवासी गतिविधियों, जैसे- कताई, बुनाई, खेती, खाना-पकाना, चित्र बनाना, नाचना आदि में गणित के हिस्से को पहचानने में।

नीचे दिए सवालों जैसे सवालों पर चर्चा के दौरान भी उनका रवैया धीरे-धीरे बदलता है-

- क्या आदिवासी बच्चे गणित करने में अच्छे होते है?
- क्या इन बच्चों के माता-पिता को गणित आता है?
- क्या आदिवासी लोग गैर आदिवासियों की गणितीय क्षमता की बराबरी कर सकते है?
- क्या आदिवासी बच्चे हमारी कक्षाओं में पढ़ाए जाने वाले गणित को समझते है?

प्रशिक्षण कार्यशालाओं के अन्त तक शिक्षक मानने लग जाते है कि आदिवासियों का संसार गणितीय क्षमताओं के संदर्भ में पिछड़ा हुआ नहीं है। वे यह भी मानने लगते है कि जो गणनाएं उनके लिए जरूरी होती है, उन्हें आदिवासी बखूबी कर लेते है। लेकिन वह गणित की औपचारिक कक्षाओं में असहज रहते है, शायद इसलिए क्योंकि गणित की कक्षा में प्रतीकों के साथ अमूर्त क्रियाओं की जरूरत होती है। वे यह भी समझने लगते है कि शिक्षा का एक ही पैकेज पूरे राज्य के लिए काम नहीं देगा। उसे स्थानीय स्तर पर बदलना पड़ेगा जिससे कि वह उस स्थान और वहां के लोगों के लिए उपयुक्त बन जाए।



प्रशिक्षण के दौरान शिक्षक वास्तविक संसार व गणितीय संसार के बीच की दूरी पाटने के लिए एक पुल बनाने का भी प्रयास करते है जिससे कि बच्चे वहां से शुरू कर सकें, उस तरह से आगे बढ़ सकें जहां वे विद्यालय आने से पहले थे।

यह सब बातें शिक्षक समझ सकें इसके लिए कार्यशाला में पत्ते, कंकड़, बीज व लकड़ियों के साथ कई खेलनुमा अभ्यास किए जाते थे। सभी के लिए यह बहुत थकान व बोरियत हटाने वाली क्रिया होती थी।

इन प्रशिक्षणों के परिणाम स्वरूप जब कभी भी किसी शिक्षक-शिक्षिका को चर्चा का तत्व समझ में आ जाता तो उसे वह अपनी कक्षा तक पहुंचाने का प्रयास करते। मुझे लगता है कि प्रशिक्षण के दौरान शिक्षकों के साथ शुरू हुए संवाद को प्रखण्ड व संकुल स्त्रोत केन्द्रों के स्तर पर सुदृढ़ करने की जरूरत है (बी.आर.सी और सी. आर.सी.)। यह सतत संवाद एवं मनन ही 'एक अलग तरह की कक्षा' के निर्माण की बुनियाद बनेगा।

गतिविधि संग्रह

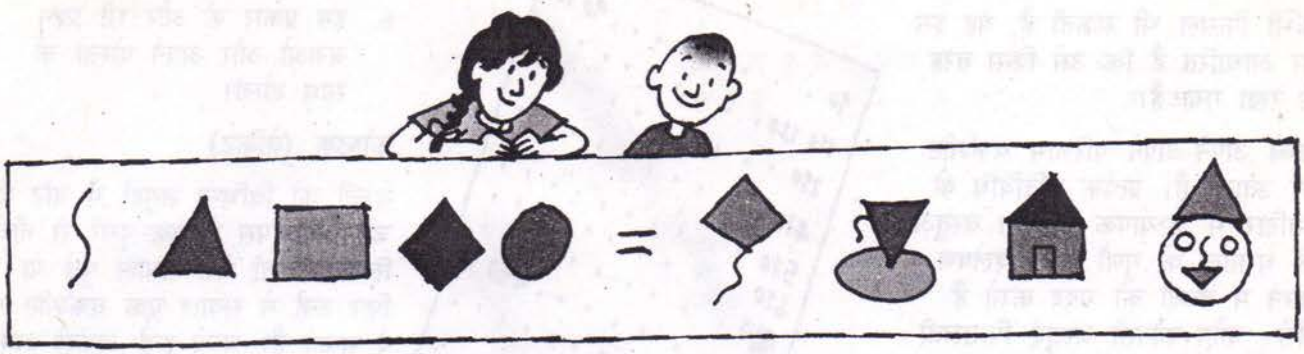
हम एक बार पुन: कुछ रोचक गतिविधियां लाए हैं जो इग्नू के नये कोर्स एल.एम.टी. 'गणित सीखना' से और अनिता स्ट्रेकर की होम मैथेमेटिक्स सीरीज (घरेलू गणितीय श्रृंखला); एकलव्य द्वारा निर्मित किताबें खुशी-खुशी से और केम्ब्रिज युनिवर्सिटी प्रेस द्वारा प्रकाशित गतिविधियों में से हैं। इनमें से कुछ गतिविधियां सीधे-सीधे पाठ्यक्रम के उद्देश्यों से सम्बन्धित है और कुछ उन उद्देश्यों तक पहुंचने में मदद करती हैं। आप यह महसूस करेंगे कि इनमें से किसी भी गतिविधि में विशेष सामग्री की आवश्यकता नहीं है। सभी गतिविधियां इस प्रकार बनाई गई है जो कि सीखने वाले को गणित करने में व्यस्त रख सकें। इनमें से कुछ खेल के रूप में है तो कुछ चुनौती रखती हैं और सीखने वाले के मन में जिज्ञासा उत्पन्न करती है। आकार से सम्बन्धित गतिविधियों के भण्डार के लिए तैयार हो जाएं ।

आकारों से खेलना:

शिक्षिका बच्चों को छोटे-छोटे सफेद कागज (6"×6") व स्याही देती है। वह स्वयं अपने कागज पर एक बूंद स्याही डालती है और जोर से फूंक मारती है जिससे कि वह अलग-अलग दिशा में फैल जाए। इसके बाद वह बच्चों को उसके आकार को पहचानने व उसे कोई नाम देने को कहती है। फिर वह बच्चों को स्वयं यह क्रिया करने व अपने खुद के अलग-अलग आकार बनाकर उन आकारों के साथ खेलने के लिए प्रोत्साहित करती है। कई बार ऐसा करने में कई रेखागणितीय आकार जैसे त्रिकोण, आयत, गोला आदि भी बन जाते हैं।

कार्ड खेल:

इस गतिविधि के लिए बच्चों को 4-4 या 5-5 के छोटे समूहों में बांट दिया जाता है। शिक्षिका के पास कुछ कार्ड होते हैं, जिनमें से कुछ पर आकारों का नाम व कुछ पर आकार का चित्र बना हुआ होता है। शिक्षिका कार्ड पीसती है और एक बार में एक पत्ता निकालती है। बारी-बारी से प्रत्येक टीम को वही आकार (माचिस की तीली या शरीर के अंगों की मदद से) बनाना होता है। एक ही आकार को दोबारा बनाने



के लिए कहा जा सकता है किन्तु जिस तरह से पहले टीम ने उस आकार को दिखाया था उसी तरीके को दोबारा नहीं इस्तेमाल किया जा सकता। प्रत्येक सही प्रस्तुति पर अंक दिया जा सकता है।

विभिन्न आकारों को जोड़ कर कुछ बनाना:

एक या दो आयाम वाले बहुत से सरल आकार श्याम पट्ट पर बना दिये जाते हैं। बच्चों को इनमें से किन्हीं दो या उससे अधिक आकारों को मिलाकर कोई वास्तविक वस्तु दर्शाने को कहा जाता है। नियम यह है कि प्रत्येक चित्र में एक आकार एक ही बार आए। बच्चों को अधिक से अधिक चित्र सोच कर बनाने को कहा जाता है। यह काम वह अकेले-अकेले कर सकते हैं या समूहों में। जब सब चित्र बना चुके होते हैं तो सब बच्चों को मौका दिया जाता है कि वह श्यामपट्ट पर कोई एक चित्र बना दें। प्रत्येक चित्र जो बोर्ड पर बनाया जाता है उसे दूसरे बच्चे ध्यान से देखते हैं कि उसमें नियमों का ध्यान रखा गया है या नहीं और वह निर्धारित ढंग के अनुसार ही है कि नहीं। आप इसमें कुछ परिवर्तन भी कर सकते हैं, जैसे यह कह सकते हैं कि कम से कम चार आकारों का उपयोग होना जरूरी है या फिर दिए गए आकारों में कुछ बदलाव कर सकते हैं। कोई नये आकार जोड़ सकते हैं या फिर किसी आकार को हटा कर भी बदलाव कर सकते हैं।

आकार बनाना:

बच्चों को विभिन्न प्रकार के आकार बनाने के लिए एक पिन-बोर्ड और रबर-बैण्ड या ग्रिड जिस पर बिन्दु बने हैं या ग्राफ पेपर दिया जा सकता है। यदि एक बार बच्चों को छूट दे दी जाये तो उन्हें विभिन्न आकार बनाने में बड़े मजे आते हैं। आकारों में विविधता बढ़ाने के लिए बच्चों को प्रोत्साहित किया जा सकता है जैसे-

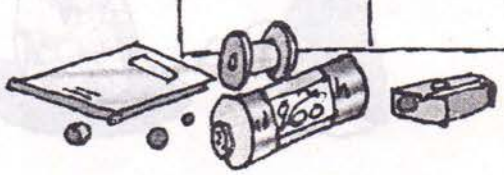
- पंतगें रखो और देखो कि इसमें कितने चौकोर (वर्ग) आते हैं।
- जितने त्रिकोण बना सकते हैं, बनाएं।
- ऐसे आकार बनाएं जिसमें कम से कम 6 चौकोर आ जाएं।
- जितने चौकोर बना सकते हैं उतने बनाएं।
- बनाए गए प्रत्येक चौकोर में विकर्ण रेखा खीचें।

इसमें यह परिवर्तन किया जा सकता है कि शिक्षिका स्वयं कोई आकार बनाए और बच्चों से पूछे कि उसमें कितने आयत है, आदि।

क्या फिसलता है और क्या लुढ़कता है-

इस गतिविधि के लिए शिक्षिका एक सख्त और समतल पट्ट ले लेती है और कुछ आसानी से उपलब्ध वस्तुएं जैसे- पेन्सिल, पाउडर के डिब्बे, धागे की गिट्टियां, शार्पनर, विद्यालय की पुस्तकें आदि इकट्ठी करती है। किताबों का सहारा लेकर पट्ट को फिसल पट्टी के जैसे टिकाया जाता है। बच्चे बारी-बारी से प्रत्येक वस्तु उठाते है और अनुमान लगाते है कि वह फिसलेगी या लुढ़केगी। इसके बाद वस्तु को पट्ट के ऊपरी हिस्से पर रखा जाता है। उसके आकार व उसका कौनसा हिस्सा पट्ट पर रखा गया है के आधार पर वस्तु लुढ़कती है या फिसलती है। इस कारण एक ही वस्तु लुढ़क भी सकती है और

	POWDER TIN	SHARPNER	MARBLES	PEN
SLIDES				
ROLLS				



कभी फिसल भी सकती है, यह इस पर आधारित है कि उसे किस तरह से रखा गया है।

बच्चे अपने-अपने परिणाम वर्कशीट पर उतारते हैं। प्रत्येक गतिविधि के आखिर में अध्यापक विभिन्न वस्तुओं के धरातल के गुणों का विश्लेषण करने में बच्चों की मदद करते हैं जैसे- कौन-कौनसी वस्तुएं फिसलती हैं और क्यों?

पहेली बूझो (मुझ से पूछो मुझ से)

अध्यापक बच्चों से पहेलियां पूछते हैं जिनका जवाब कोई संख्या ही होती है। उदाहरण के लिए:-

- मैं दो से एक कम हूं और शून्य से एक अधिक हूं। मैं कौन हूं?
- मैं दो से दो कम हूं और तीन से तीन कम हूं। मैं कौन हूं?

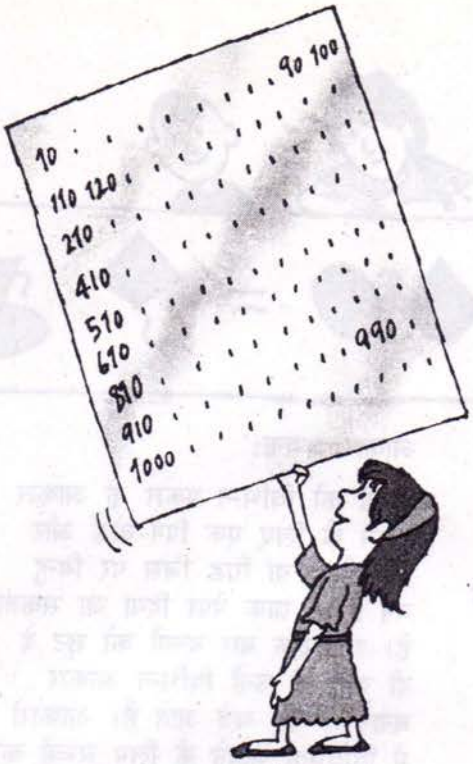
बच्चे एक बार जब इन पहेलियों के जवाब खेल-खेल में दे देते हैं तब शिक्षक उन्हें स्वयं पहेली बनाने के लिए प्रोत्साहित करते हैं। इसके बाद कक्षा को दो भागों में बांट दिया जाता है। एक समूह से एक बच्ची उठती है और संख्या पर बनाई गई अपनी पहेली पूछती है। दूसरा समूह उसका जवाब देने की कोशिश करता है। इसके बाद दूसरे समूह की पूछने की बारी आती है। स्कोर श्याम पट्ट पर लिखा जा सकता है। पूरी कक्षा गलती ढूंढ़ने के लिए सजग बैठी रहती है। बच्चों को उनके द्वारा सोची गई संख्या लिखने को भी कहा जा सकता है।

बड़ी संख्याओं का चार्ट:

शिक्षिका प्रत्येक समूह को ऊपर लड़की के हाथ वाले बने चार्ट जैसा चार्ट दे सकती है-

इसके बाद वह बच्चों से इस प्रकार के प्रश्न पूछ सकती है-

1. चार्ट में जो संख्याएं नहीं लिखी हुई हैं, उन्हें लिखो।
2. 300 के बाएं ओर की संख्या लिखो।



3. 520 से शुरू करके उसके ठीक 3 नीचे और 4 दाएं की ओर के खाने में लिखी संख्या बताओ।
4. चार्ट में एक चार संख्याओं वाली खिड़की बनाओ। इसके विकर्ण में लिखी हुई संख्याओं का जोड़ करके देखो।

110	120
210	220

5. अब नौ संख्याओं वाली खिड़की बनाओ। विकर्ण रेखाओं के दोनों कोनों की संख्याओं का जोड़ देखो। (जैसे चित्र में 410+630 और 610+430) क्या इनका जोड़ समान है? क्यों?

410	420	430
510	520	530
610	620	630

6. इस प्रकार के और भी प्रश्न बनाओ और अपने दोस्तों के साथ खेलो।

कोष्ठक (ब्रेकिट)

बच्चों को विभिन्न समूहों में बांट दें, जो कि आपस में एक-दूसरे से नीचे लिखे सवालों जैसे सवाल पूछें या फिर उन्हें ये सवाल एक वर्कशीट पर दे सकते हैं। बच्चे इन्हें अकेले-अकेले या फिर दो-दो के जोड़े में कर सकते हैं।

सवाल $(6 + 2) \times 8 =$
$12 - (3 - 2) =$

नीचे दिये गये प्रश्नों में अलग-अलग जगह कोष्ठक लगाएं और फिर हल करें:

(1) $1 + 3 \times 7 =$
$1 + 3 \times 7 =$

(2) $2 \times 16/100 + 1/2 =$
$2 \times 16/100 + 1/2 =$

क्या इनके उत्तर एक समान है? यदि भिन्न हैं तो क्यों?

बोलो भाई कितने:

इस खेल में पूरी कक्षा भाग लेती है। शिक्षिका बीच में रहती है और पूरी कक्षा उनके चारों ओर चक्कर काटती है।

वे पूछती हैं ''बोलो भाई कितने?''

सभी बच्चे एक साथ बोलते हैं- ''आप बोलो जितने।''

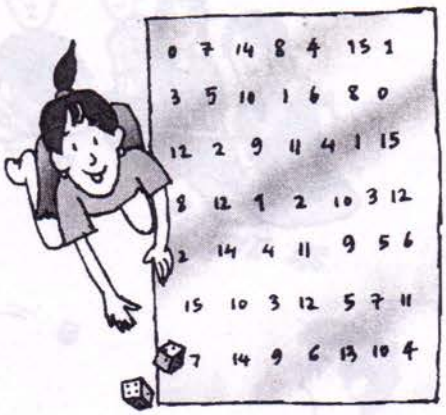
तब शिक्षिका 1-15 तक (या उससे भी ज्यादा) कोई भी संख्या बोलती है। बच्चों को उसी संख्या के अनुसार समूह बनाने होते हैं। जो अतिरिक्त छात्र रह जाते हैं उन्हें खेल से बाहर हो जाना पड़ता है। यदि कोई समूह बोली गई संख्या से अधिक या कम है तो उस समूह के सारे छात्रों को खेल से बाहर होना पड़ता है। एक बारी हो जाने के बाद बच्चे दुबारा गोला बनाते हैं और खेल इसी प्रकार चलता रहता है। परिस्थिति अनुसार कुछ समय के पश्चात शिक्षिका जो छात्र खेल में बाकी रह जाते हैं उन्हें जीता हुआ घोषित कर देती है।

इस गतिविधि में थोड़ा परिवर्तन किया जा सकता है जिससे कि संख्याओं से जुड़ी हुई कुछ और धारणाएं जैसे कि 'इतने कम' या भाग आदि का अभ्यास हो सके।

जोड़ना व घटाना:

इस खेल का निर्माण एकलव्य की 'खुशी-खुशी' टीम द्वारा तीसरी कक्षा के लिए किया गया है। इसके लिए नीचे दिए चार्ट जैसा चार्ट एक बोर्ड पर लगा हुआ और दो पासे, जिन पर 0 से 5 तक की संख्याएं लिखी हो, चाहिए। इसके अलावा दो से चार प्रकार की 30-30 गोटियां चाहिए प्रत्येक खिलाड़ी के लिए 30 गोटी का एक सेट। यदि गोटियां उपलब्ध ना हो तो कंकड़ या बीज भी गोटियों के रूप में इस्तेमाल किये जा सकते हैं। इस खेल को एक समय पर दो से चार बच्चे खेल सकते हैं।

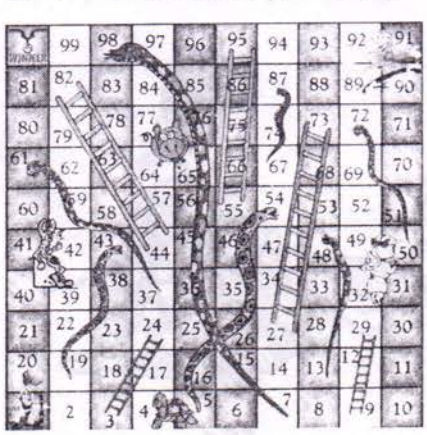
एक छात्रा पासे फेंक कर खेल की शुरूआत करती है। जो दो संख्याएं पासे पर आती हैं उन्हें जोड़ा, घटाया, गुणा या भाग किया जा सकता है (खिलाड़ी जो चाहे वो संक्रिया चुन सकता है)। संक्रिया के बाद उत्तर के रूप में जो भी संख्या आये यदि वह



बोर्ड पर है तो उसे खिलाड़ी की गोटी से ढ़क दिया जाता है। खिलाड़ी तब तक खेल सकता है जब तक संक्रिया के इस्तेमाल के बाद प्राप्त की गई संख्या बोर्ड पर मिलती रहे और सवाल आदि करने में वह कोई गलती न कर दे। इसके बाद दूसरे खिलाड़ी की बारी आती है। वह उसी संख्या को रोक सकती है जिसे दूसरे किसी खिलाड़ी ने नहीं रोका हो। खेल तब तक चलता है जब तक बोर्ड पर लिखी सारी संख्याएं रोकी न जाएं। आखिर में जिस खिलाड़ी की सबसे ज्यादा गोटियां बोर्ड पर होंगी वही जीतेगा।

सांप-सीढ़ी:

यह एक पारम्परिक खेल है जिसे एक गेम बोर्ड, गोटियां व पासे द्वारा खेला जाता है। पासा फेंकने पर यदि छः आये तब आप अपनी गोटी चलाना शुरू कर सकते हैं। जैसे-जैसे आप गोटी को आगे बढ़ाते हैं, कुछ चौकोरों में सांप से सामाना हो जाता है। यदि आपकी गोटी ऐसे चौकोर



पर आ जाये जहां पर सांप का मुंह हो तो पीछे चलना पड़ता है और आप सांप की पूछ तक पहुंच जाते हैं।

एक नियम यह भी है कि जब भी पासा फेंकने पर छः आता है तो उस खिलाड़ी को पासा फेंकने की एक और बारी भी मिलती है।

नम्बर क्रनचर का खेल:

शिक्षिका बच्चों को एक ऐसी मशीन की कहानी सुनाती है जिसमें यदि कोई दो संख्याएं डाली जाएं तो उनका परिणाम मशीन द्वारा मिलता है जो कि या तो दोनों का जोड़ होता है या दोनों का अन्तर। परन्तु मशीन में हुई गड़बड़ी की वजह से मशीन अब यह नहीं बताती कि कौन सी संक्रिया की गई है। शिक्षिका स्वयं इस काल्पनिक मशीन (जो कि असल में सिर्फ एक डिब्बा है) के पीछे बैठती है और बच्चों को खांचे से

(जो कि डिब्बे की दूसरी ओर बीच में बना है) दो कार्ड जिन पर कोई संख्या लिखी हुई हो, डालने को कहती है। शिक्षिका स्वयं एक दूसरे खांचे से एक कार्ड बाहर डालती है जिस पर जो संख्या लिखी हुई होती है वह या तो उन दोनों संख्याओं का जोड़ या उनके बीच का अंतर होता है। बच्चों को यह बताना होता है कि संख्याओं को जोड़ा गया है या घटाया गया है। घटाने वाले सवालों में शिक्षिका यह भी पूछ सकती है कि किस संख्या को किस संख्या से घटाया गया है या यदि कोई दूसरी

संख्या में से घटाए जाए तो क्या परिणाम होगा।इसी तरह से जोड़ की प्रक्रिया का गुण भी दोहराया जा सकता है।

आधे और दुगुने:

शिक्षिका बच्चों को एक ग्रिड बनाने को कह सकती हैं जैसा कि चित्र में बना हुआ है।

2		4			7			12			
4	10			2		40				18	
8			12				44		60		32

इसके बाद वे बच्चों को बता सकती हैं कि सबसे ऊपर वाली लाईन की संख्याएं, अपने ठीक नीचे वाली संख्या जो बीच की लाईन में है, की आधी है और सबसे नीचे वाली लाईन की संख्या बीच की संख्या की दुगुनी है। और इस प्रकार की ग्रिड बच्चों को स्वयं पूरा भरना है।

इसका स्तर थोड़ा मुश्किल बनाने के लिए बच्चों को संख्याओं का पैटर्न स्वयं सोच कर ग्रिड भरने को दें। बच्चों को कोई भी संकेत देने की जरूरत नहीं है।

यह बोलो (Say it)

इस गतिविधि के लिए शिक्षिका बच्चों

को चार-चार के समूह में बांट देती हैं। प्रत्येक समूह को वे दो पासे व कुछ सूखे बीज (Beans) दे देती है। पहला बच्चा पासे फेंकता है और कोई भी दो अंकों की संख्या बनाता है। यदि उसके द्वारा बनाई गई संख्या 3 या 5 से भाज्य है तो उसे एक बीज मिलता है। जिस किसी बच्चे के पास सबसे पहले 12 बीज इकट्ठे होते हैं, वही जीत जाता है। उदाहरण के लिए यदि कोई छात्रा के पासे फेंकने पर 5 व 4 आते हैं तो वह या तो 45 या 54 बना सकती है। यदि वह 45 बनाती है तो वह एक बीज जीतती है क्योंकि यह संख्या 3 और 5 दोनो से भाज्य है। 54 बनाने पर भी वह एक बीज जीतती है। इसके बाद एक दूसरी छात्रा के पासे फेंकने पर 2 व 3 आते हैं और वह इससे 23 बनाती है जो कि ना तो 3 से और ना ही 5 से भाज्य है। तो वह एक बारी खो देती है और कोई बीज नहीं ले पाती।

मिनी बैंक

(बच्चों को दहाई की अवधारणा से अवगत कराने हेतु)

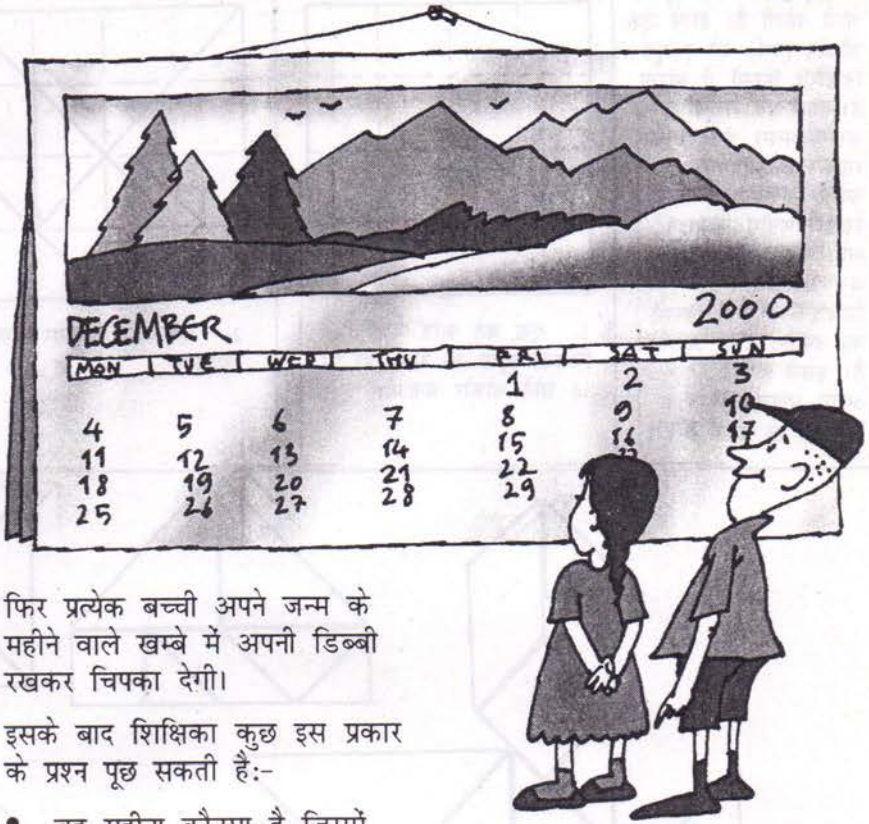
इसके लिए शिक्षिका बच्चों को 4 या 5 के समूहों में बांट देती है। प्रत्येक समूह को वे कुछ खाली कार्ड, कंकड़ और एक पासा बीच में रखने के लिए देती है। पहली खिलाड़ी पासा फेंकती है और जैसे कि उसके 6 आये वह छः कंकड़ इकट्ठे कर लेती है। इसके बाद दूसरी खिलाड़ी की बारी आती है जो पासे पर आई संख्या के बराबर कंकड़ बीच में से ले लेती है। जैसे ही किसी भी खिलाड़ी के पास दस कंकड़ इकट्ठे हो जाते हैं, उनके बदले में उसे एक कार्ड उठाना होता है। यह सब स्कोर एक कॉपी में लिखा जा सकता है। जब सारे कार्ड एवं कंकड़ खत्म हो जाए तो खेल समाप्त हो जाता है। जिस बच्चे का स्कोर सबसे अधिक हो, वही जीतता है।

जोड़ो या घटाओ:

शिक्षिका बच्चों को 3 या 4 के समूहों में बांट देती है। प्रत्येक समूह को वह एक पासा देती है और हर एक बच्चे को अपनी-अपनी कॉपी में एक ग्रिड बनाने को कहती है जिसके प्रत्येक खाने में 0-12 तक की संख्याएं लिखी हो (नीचे चित्र में देखें)। प्रत्येक बच्ची दो बार पासा फेंके और दोनों बार में प्राप्त किये अंकों को या तो जोड़े या घटाए। उदाहरण के लिए, यदि किसी छात्रा के पहली बार पासा फेंकने पर 6 आये और दूसरी बार 4 आये तो वह इन्हें या तो जोड़ सकती है या घटा सकती है। जो भी परिणाम होगा वह उस की संख्या होगी (जो उपरोक्त उदाहरण में या तो 2 या 10 होगा) और छात्रा को स्वयं की ग्रिड में वह संख्या काट देनी होगी। यदि वह 6 और 4 को जोड़ती है तो उसे स्वयं की ग्रिड में 10 को काटना होगा। जिस बच्ची की ग्रिड सर्वप्रथम पूरी कट जाती है वही जीतती है।

जन्मदिन चार्ट:

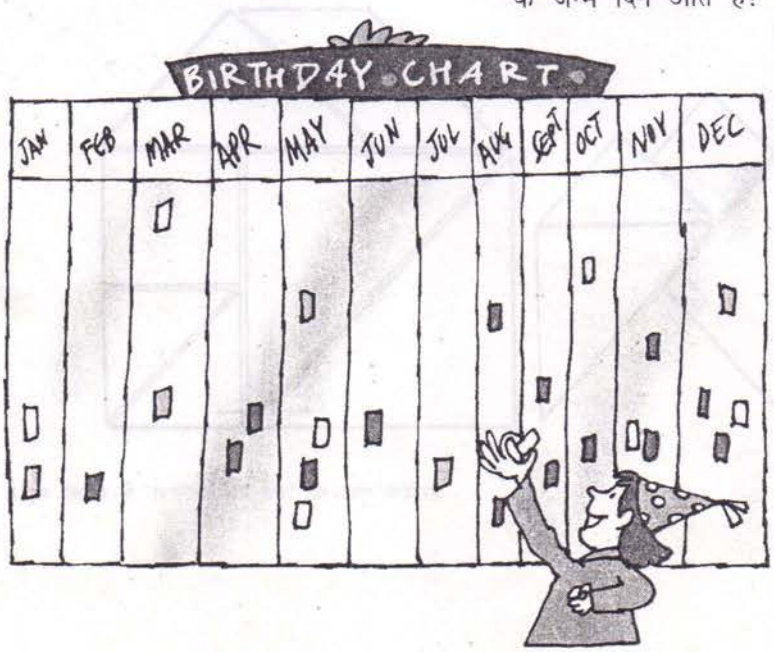
एक बड़े चार्ट पर शिक्षिका महीनों के हिसाब से बारह खाने बनाती है। प्रत्येक बच्ची को घर से एक माचिस की डिब्बी जिस पर कोई निशान बना हो, लाने के लिए कह देती है (शिक्षिका स्वयं भी कुछ डिब्बी अपने पास रख सकती है, उन बच्चों के लिए जो डिब्बी लाना भूल जाए)



फिर प्रत्येक बच्ची अपने जन्म के महीने वाले खम्बे में अपनी डिब्बी रखकर चिपका देगी।

इसके बाद शिक्षिका कुछ इस प्रकार के प्रश्न पूछ सकती है:-

- वह महीना कौनसा है जिसमें सबसे अधिक बच्चों का जन्म दिन आता है?
- वह कौनसा महीना है जिसमें सबसे कम बच्चों का जन्म दिन आता है?
- पहले तीन महीनों में कितने बच्चों के जन्म दिन आते हैं?

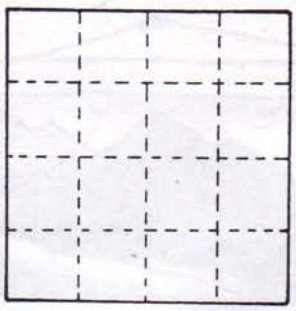


कैलेण्डर बच्चों को गतिविधियां करवाने के लिए सोने की खान है। क्या आप भी कुछ गतिविधियां सोच कर हमें भेज सकते हैं?

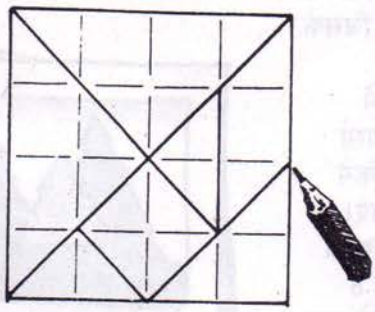
और भी ऐसी कई गतिविधियां जो आप दूसरे अध्यापकों के साथ बांटना चाहे, हमें लिख भेजें। गतिविधियों के साथ उनके उद्देश्यों व बच्चों के साथ उसको करने का अनुभव किस प्रकार का रहा व अपने अवलोकन के आधार पर इनके बारे में बच्चों की प्रतिक्रिया पर भी एक संक्षिप्त टिप्पणी हमें भेजें।

टैनग्राम

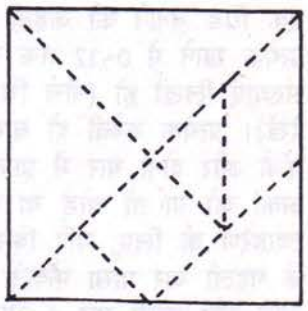
टैनग्राम हजार साल पुरानी चीनी पहेली है। इसमें एक चौकोर (वर्ग) को 7 पूर्व निर्धारित हिस्सों में बांटना है। फिर इन 7 टुकड़ों को अलग-अलग ढंग से साथ रखकर और जोड़कर नये-नये किस्म के पैटर्न, रेखा गणितीय डिजाइन, लोग, चिड़िया, जानवर बना सकते हैं। हर डिजाइन में सातों हिस्सों का उपयोग होना अनिवार्य है। इससे हजारों अलग-अलग किस्म के डिजाइन तो बनते है ही।



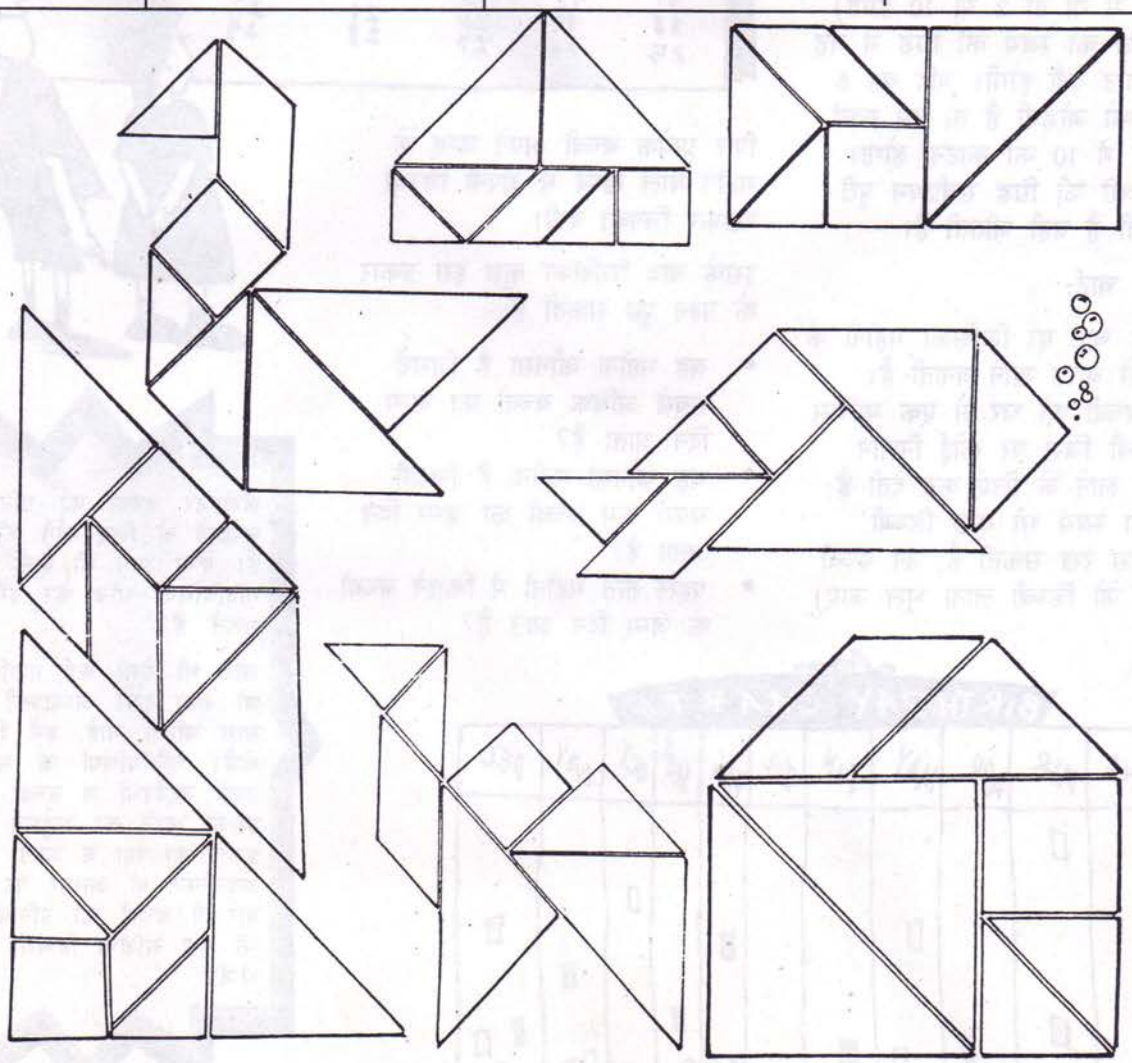
1. एक बड़े कार्ड बोर्ड जिसकी भुजा 10 सेमी. हो पर 16 छोटे चोकोर बनाओ।



2. नीचे दिये अनुसार लकीरें खींचिंए।



3. लाईन पर से काटिए और आपको टैनग्राम के 7 टुकड़े मिल जाएंगे।



अरविन्द गुप्ता की 'मेरी दस उगंलिया' में से ली गई है ।

लेखकों की सूची

एच.सी. प्रधान,
डीन ऑफ स्टडीस
विज्ञान शिक्षा केन्द्र TIFR
(टाटा आधारभूत अनुसंधान केन्द्र)
वी.एन. पूर्व मार्ग, मनखुर्द,
मुम्बई : 400088
फोन : 022-5230639
(घर) : 022-5554712, 5566635,
(ऑफिस): 5555242

पद्मा सारंगपनी
फैलो, IGMCA,
ए-4 कसालावाले - 5
12/5, लेवेली रोड़, बैंग्लोर,
कर्नाटक - 560001
फोन : 080-2245275 (घर),
080-2245279, 2218486
ई-मेल : psarangapani@hotmail.com

रोहित धनकर (सचिव)
दिगन्तर शिक्षा एवं
खेल-कूद समिति-
2, युधिष्ठर मार्ग स्कीम,
ग्राम टोडी रमजानीपुरा
पोस्ट बॉक्स : जगतपुरा,
जयपुर-302015
फोन : 0141-750310(घर),
750230(ऑफिस)
फेक्स : 524601
ई-मेल : rdhankar@yahoo.com
: Digantar@detainfosys.net

एस.एन. गणनाथ एवं
सी. श्रीनाथ
निदेशक,
सुविद्या, 206, 39 'ए' क्रॉस,
9 मेन 5 ब्लॉक, जयनगर
बैंग्लोर, कर्नाटक - 560041
फोन: 080-6658580

रमाकान्त अग्निहोत्री
प्रोफेसर, भाषा विज्ञान विभाग
दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली-110007
ई-मेल : agniirk@yahoo.com

पोखिम श्रोएडर
शिक्षा विभाग, पेरू
हैमबुर्ग विश्वविद्यालय
हैमबुर्ग, जर्मनी

हृदयकान्त दीवान,
सचिव
विद्या भवन सोसायटी
उदयपुर-313001
फोन : 0294-450911, 451323(ऑ)
फोन : 451815 (घर)
फेक्स : 0294-451323
ई-मेल : vbsudr@yahoo.com

परवीन सिनक्लेयर
प्रोफेसर
इग्नू प्रोग्राम सर्टीफिकेट
प्राथमिक विद्यालयों में गणित सिखाने
का कार्यक्रम
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली - 110068
फोन: 6855075 (ऑ),
6492306 (घर), 6857067 (फेक्स)
ई-मेल : parvin_sinclair@hotmail.com

के.एम. शेषगिरी
समन्वयक लर्निंग (सीखना)
प्लान इन्टरनेशनल,
सी-6/6 सफदरजंग डेवलपमेन्टल
एरिया, नई दिल्ली
फोन : 6968432-3, 6962605
6968429, 6526539 (ऑ)

विनय कृष्ण पटनायक
परामर्शदाता, शिक्षा शास्त्र युनिट
10B, इन्द्रप्रस्थ एस्टेट
नई दिल्ली - 110002
फोन: 3379171, 3399173/77

निम्न संगठनों/प्रकाशकों की सामग्री में गणितीय गतिविधियों को ढूंढें:-

संगइन/प्रकाशक	सामग्री के प्रकार
सेन्टर फॉर लर्निंग रिसोर्स (सी.एल.आर.) 8, डेकन कॉलेज रोड़ पुणे, महाराष्ट्र-411006 फोन: 661123 फैक्स: 661899	कक्षा 1 व 2 के लिए हिन्दी एवं अंग्रेजी में शिक्षकों के गाइड-बुक के साथ गणित का किट। इस किट में डोमिनोस, फ्लैश कार्ड, संख्या, रेखा, अबैकस, बटन, पासे आदि सामग्री है। पूरे सेट का कुल दाम : रू. 500/- (लगभग)
बोध शिक्षा समिति एए-1, अनिता कॉलोनी बजाज नगर, जयपुर राजस्थान - 302015 फोन: 0141-518460 मोबाईल: 9828013518	कक्षा 1 से 3 में भाषा एवं गणित के विभिन्न हिस्सों को पढ़ाने के लिए निम्न सामग्री काम में ली जाती है- बोर्ड खेल, डोमिनो, पासे, फ्लैश कार्ड, ताश के पत्ते, स्टिक, स्क्रैबल आदि। (इनका कोई दाम तय नहीं है)
दिगन्तर शिक्षा एवं खेल-कूद समिति 2, युधिष्ठर मार्ग स्कीम ग्राम- टोडी रमजानीपुरा पोस्ट बॉक्स- जगतपुरा, जयपुर राजस्थान : 302015 फोन : 0141-750310, 750230	विभिन्न स्तर के बच्चों के लिए छोटी-छोटी पुस्तिकाओं की श्रृंखला अथवा सेट गणित, भाषा और ई.वी.एस. के लिए उपयोग की जाती है।शिक्षा, भाषा आदि कुछ और प्रतिलिपिक सामग्री भी उपलब्ध है। पूरे सेट का दाम लगभग रू. 300/- है (डाक खर्चा इसमें सम्मिलित नहीं है)
एकलव्य E-7, HIG-453, 1st फ्लोर, अरेरा कॉलोनी, भोपाल मध्य प्रदेश - 462016 फोन: 0755-464824,463380	खुशी-खुशी (समग्र पाठ्यपुस्तकें) कक्षा 1-5 के लिए (9 किताबों का दाम रू. 175/-) फ्लैश कार्ड का सैट, डोमिनो, नम्बर कार्ड, शिक्षकों द्वारा तैयार किये जाने लायक शैक्षिक सामग्री की सूची, टी.एस.जी. में इनके प्रकाशनों की पूर्ण सूची-पत्र उपलब्ध है। इनके अलावा पत्रिकाएं भी उपलब्ध है।
प्रारम्भिक शिक्षा विभाग राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् (एन.सी.ई.आर.टी.) श्री अरबिन्दो मार्ग, नई दिल्ली-110016	विद्यालय का रेडीनैस किट प्राथमिक विद्यालयों के लिए गणित की शिक्षण सहायक सामग्री का मैनुअल- पी.के. श्रीनिवासन गणितीय क्लब की गतिविधियों के लिए संसाधन सामग्री- पी.के. श्रीनिवासन
विज्ञान का विद्यालय इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय खुला विश्वविद्यालय (इग्नू) मैदान गढ़ी, नई दिल्ली- 110068 फोन: 6857067	प्राथमिक विद्यालयों में गणित शिक्षणं यह छः पुस्तक खण्डों में बंटा सेट है, जिनके नाम है: - गणित शिक्षण के पहलू, संख्या- 1 व 2, भिन्न व दशमलव, मापन - प्रोजेक्ट गाईड। सामग्री का प्रकार:- प्रत्येक खण्ड कई स्पष्टता से लिखी इकाईयों में बंटा है। इन इकाईयों को पढ़ने से जोड़, घटा, गुणा, भाग, स्थानीय-मान आदि मूल अवधारणाओं की समझ को विकसित करने में मदद मिलती है। इसमें यह भी समझाया गया है कि किस प्रकार इन अवधारणाओं से प्राथमिक शालाओं में बच्चों का परिचय करवाया जा सकता है व इसके लिए कुछ तरीके भी बताए गये है। हिन्दी का प्रत्येक सेट : 355/- रूपये अंग्रेजी का प्रत्येक सेट : 235/- रूपये
राष्ट्रीय बुक ट्रस्ट (एन.बी.टी.) ए-5, ग्रीन पार्क, नई दिल्ली - 110016 फोन : 6518378 फैक्स: 6851795	गणित शिक्षण पर एन.बी.टी. ने विभिन्न किताबें प्रकाशित की है जिनमें सम्मिलित है-'कीथ वॉरेन' की 'सीखने की तैयारी'; 'मेरी ऍन दासगुप्ता' की कम या शून्य दामों पर शिक्षण सहायक सामग्री; अरविन्द गुप्ता की किताबें आदि।
सुविद्या 206, 39 'ए' क्रास, 9 वां मेन, 5 वां ब्लॉक, जयनगर, बैंग्लौर कर्नाटक - 560041	विभिन्न प्रकार की सामग्री जैसे- प्लास्टिक, लकड़ी, कार्ड-बोर्ड आदि को काम में लेते हुए प्राथमिक गणित शिक्षण पर कई रोचक व नई दिशा खोजने वाले तरीके, गतिविधियां व खेल शामिल है। इसके साथ एक मैनुअल भी है जो पूरी किट के उपयोग को समझाता है।
हरियाणा प्राथमिक शिक्षा परियोजना परिषद् एस.सी.ओ. 170-72, सेक्टर 17/सी चंदीगढ़, हरियाणा - 160001	गणितीय गतिविधियों का संग्रह : ''पिटारा खोलें अंक बोले''
पेनगुइन	गणित शिक्षण पर विभिन्न उपयोगी पुस्तकें प्रकाशित की है जिसमें है 'जॉन होल्ट' की 'हर समय सीखते रहना' और कुछ किताबें जैसे 'बच्चे गणित कैसे सीखते है' आदि शामिल है